

UENP

PPEd

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO BÁSICA**

ANDRÉIA PATROCÍNIO MARQUEZEPE

**A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL: UM OLHAR SOBRE AS PUBLICAÇÕES EM PERIÓDICOS
NOS ÚLTIMOS CINCO ANOS
ANDRÉIA PATROCÍNIO MARQUEZEPE**

**A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL:
UM OLHAR SOBRE AS PUBLICAÇÕES EM PERIÓDICOS
NOS ÚLTIMOS CINCO ANOS**

2021

Jacarezinho
2021

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO BÁSICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO BÁSICA**

ANDRÉIA PATROCINIO MARQUEZEPE

**A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL:
UM OLHAR SOBRE AS PUBLICAÇÕES EM PERIÓDICOS
NOS ÚLTIMOS CINCO ANOS**

Jacarezinho
2021

ANDRÉIA PATROCÍNIO MARQUEZEPE

**A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL:
UM OLHAR SOBRE AS PUBLICAÇÕES EM PERIÓDICOS
NOS ÚLTIMOS CINCO ANOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Norte da Paraná, como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de Concentração: Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. GEORGE FRANCISCO SANTIAGO MARTIN

Jacarezinho
2021

Ficha catalográfica elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

PM357m Patrocínio Marquezepe, Andréia
A Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do
Ensino Fundamental: um olhar sobre as publicações em
periódicos nos últimos cinco anos / Andréia
Patrocínio Marquezepe; orientador George Francisco
Santiago Martin - Jacarezinho, 2021.
100 p.

Dissertação (Mestrado Profissional em PPED) -
Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de
Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós
Graduação em Educação, 2021.

1. Educação Básica. 2. Práticas Docentes. 3.
Modelagem Matemática. 4. Anos Iniciais. 5. Educação
Matemática. I. Francisco Santiago Martin, George,
orient. II. Título.

ANDRÉIA PATROCÍNIO MARQUEZEPE

**A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL:
UM OLHAR SOBRE AS PUBLICAÇÕES EM PERIÓDICOS NOS
ÚLTIMOS CINCO ANOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Norte do Paraná, como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação.

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. George Francisco Santiago Martin
Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP

Prof.^a Dr.^a Marinez Meneghello Passos
Universidade Estadual de Londrina – UEL – Londrina/PR

Prof. Dr. Jonis Jecks Nervis
Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP

Jacarezinho, 14 de dezembro de 2021.

Dedico este estudo ao meu marido Rodrigo e
ao meu pequeno milagre Victor Miguel, o
anjinho da minha vida!

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que conduziu meus passos pela fé e perseverança nesses dois anos, e não me desamparou mesmo nos momentos difíceis. Ele me ajudou e renovou minhas forças para seguir em frente, tornando possível a realização deste sonho.

À minha família, que sempre esteve presente me apoiando e ajudando nesta caminhada. Ao meu querido marido Rodrigo de Souza Marquezepe, que assumiu junto comigo esta trajetória, me incentivando, sendo meu apoio emocional, me apoiando e assumindo os afazeres diários para que eu pudesse estudar. Ao meu filho Victor Miguel, que foi a inspiração para prosseguir e caminhar.

À minha tia Cecília (*in memoriam*) e minha sogra Diva (*in memoriam*), que iniciaram esta caminhada comigo e infelizmente não estão mais presentes, mas acredito que da eternidade compartilham comigo desta etapa.

Aos meus pais Santino e Lucy, minhas irmãs Adriana e Alessandra, minha cunhada Renata, meus cunhados Amarildo e Fábio, meus sobrinhos Heitor, Eric Miguel, Isaac e meus afilhados, que sempre se fizeram presentes me incentivando. As longas conversas com o Dr. Amarildo, que me fez compreender melhor o universo acadêmico.

Ao meu orientador, professor Dr. George Francisco Santiago Martin, pela oportunidade que me ofereceu, por toda paciência, correções, produções, ensinamentos e as muitas lições que me proporcionou.

À professora Dra. Marinez Meneghello Passos e ao professor Dr. Jonis Jecks Nervis, que gentilmente dispuseram seu tempo para esta banca e deram importantes contribuições à dissertação.

Aos professores suplentes da banca, Dr. Wellington Hermann e Dra. Juliane Sachs, que aceitaram o convite de substituírem membros da banca, caso fosse necessário.

A todos os professores e colegas do PPEd, pelas ricas contribuições ao longo do curso, com as trocas de conhecimentos e direcionamentos. Em especial, as

amigas Daiany dos Reis Santana, Daniela Ferreira Toth e Maraysa Cruz Nogari, pelas longas conversas de incentivo, dedicação e apoio.

Às professoras Letícia Jovelina Storto e Viviani de Cassia Generoso, pelas contribuições que me ajudaram a ingressar nessa jornada de estudos acadêmicos. Gratidão professoras do coração!

Aos amigos do serviço, pelo apoio e incentivo. Em especial, aos amigos Diego Lopes Pereira e Érica Barcílio de Deus, que sempre me auxiliaram com incentivos a persistir nesta jornada.

Aos meus queridos alunos, que me fizeram descobrir que a alfabetização é um processo constante de aprendizagens, me mantendo firme na caminhada e propósito de colaborar na melhoria da qualidade da Educação Básica.

Enfim, muito obrigada a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização desta pesquisa. Meu sentimento é de eterna gratidão a todos, Deus os abençoe!

O saber espontâneo não depende da escola. Não precisamos dela para aprender a falar, andar e brincar. Mas é necessária toda uma estrutura para aprender a ler e escrever, já que a escrita não é uma linguagem espontânea. Ela é codificada e precisa de processos formais de aquisição. A escola foi criada com esse papel e, até hoje, apesar das críticas, não se descobriu um mecanismo melhor.

Dermeval Saviani

MARQUEZEPE, Andréia Patrocínio. **A Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: um olhar sobre as publicações em periódicos nos últimos cinco anos. 100 f. Dissertação (Mestrado em Educação Básica) – Universidade Estadual do Norte do Paraná. *Campus* Jacarezinho. Orientador: George Francisco Santiago Martin. Jacarezinho, 2021.

RESUMO

Esta pesquisa apresenta os significados para Modelagem Matemática (MM) aplicada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental presentes nas publicações em periódicos da área da Educação Matemática no último quinquênio. A investigação é de caráter qualitativo e utilizou como instrumentos de análises, a Análise de Conteúdo (AC) de Bardin (2016) e a Revisão Bibliográfica Sistemática (RBS) de Sampaio e Mancini (2007). Estes instrumentos investigativos foram utilizados de forma conjunta desde a busca dos dados até suas análises. A investigação buscou descrever o que os artigos publicados no último quinquênio trazem sobre MM nos Anos Iniciais. A seleção dos artigos constituiu um *corpus* de dez (10) artigos. E como resultado gerou-se três (3) categorias de análises: contribuições da MM para a aprendizagem; contribuições da MM na formação do professor e da prática pedagógica; e o uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM. São realizadas reflexões a partir das categorias que emergiram a partir das análises que revelam uma possibilidade interpretativa para os significados da MM para esta pesquisadora sobre as publicações em artigos no último quinquênio. Estes artigos retratam pontos interessantes para reflexão, apresentam algumas contribuições positivas para o ensino matemático por meio da MM, assim como relatam alguns desafios na utilização desta Tendência. Os resultados apontam para uma MM que contribui com o ambiente de aprendizagem, tornando-o mais favorável aos estudos, assim como potencializa o vínculo educacional entre docentes e estudantes, além de proporcionar novas formas de pensar e apresentar os modelos. As discussões também revelam alguns desafios, como: a falta de formação do professor, a resistência dos alunos e o número reduzido de publicações nos Anos Iniciais. E desta forma a proposta do produto educacional foi na intenção de ajudar a formação inicial do professor para trabalhar com a MM. O produto foi estruturado pensando nos docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que não possuem formação específica em Matemática, para que conheçam um pouco sobre a MM e possam replicá-la em sala de aula. O produto gerado foi um guia informativo contendo uma fundamentação teórica sobre MM, e o endereço eletrônico dos artigos analisados para que os docentes possam consultar e ler na íntegra esses artigos. As propostas das atividades desenvolvidas nos artigos fornecem ideias e esclarecimentos para os professores trabalharem e desenvolverem novos trabalhos sobre o tema da MM. A pesquisa mostrou que a MM é uma alternativa pedagógica que pode auxiliar o docente a motivar seus estudantes e tornar as aulas mais dinâmicas.

Palavras-chave: Educação. Educação Básica. Práticas Docentes. Modelagem Matemática. Anos Iniciais. Educação Matemática.

MARQUEZEPE, Andréia Patrocínio. **Mathematical Modeling in the early years of elementary education school**: a look at periodic publications over the last five years. 100 f. Dissertation (Masters in Basic Education) – State University of Northern Paraná. *Campus* Jacarezinho. Advisor: George Francisco Santiago Martin. Jacarezinho, 2021.

ABSTRACT

This research presents the meanings for Mathematical Modeling (MM) applied in the Early Years of Elementary School present in publications of journals in the field of Mathematics Education in the last five years. The investigation is qualitative in nature, using as analysis instruments, Content Analysis (CA) by Bardin (2016) and Systematic Bibliographic Review (RBS) by Sampaio and Mancini (2007). These investigative instruments were used together from the search for data to their analysis. The investigation sought to describe what the articles published in the last five years bring about MM in the Early Years. The selection of articles constituted a corpus of ten (10) articles. And as a result, three (3) categories of analysis were generated: MM contributions to learning; MM contributions in teacher training and pedagogical practice; and the use of symbolic language, models and mathematical concepts in the construction of MM. Reflections are carried out from the categories that emerged from the analyzes that reveal an interpretive possibility for the meanings of MM for this researcher about publications in articles in the last five years. These articles portray interesting points for reflection, present some positive contributions to mathematics teaching through MM, as well as report some challenges in using this Trend. The results point to a MM that contributes to the learning environment, making it more favorable to studies, as well as enhancing the educational bond between teachers and students, besides providing new ways of thinking and presenting the models. The discussions also reveal some challenges, such as: lack of teacher training, resistance from students and the reduced number of publications in the Initial Years. And this way, the proposal of the educational product was intended to help the initial training of teachers to work with MM. The product was structured thinking about teachers in the Early Years of Elementary School who do not have specific training in Mathematics, so that they know a little about MM and can replicate it in the classroom. The product generated was an informative guide containing a theoretical foundation on MM, and the electronic address of the articles analyzed so that teachers can consult and read these articles in full. The proposals for the activities developed in the articles provide ideas and clarifications for teachers to work and develop new work on the topic of MM. The research showed that MM is a pedagogical alternative that can help teachers to motivate their students and make classes more dynamic.

Keywords: Education. Basic education. Teaching Practices. Mathematical Modeling. Early Years. Mathematics Education.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Relação das revistas selecionadas.....	50
Quadro 2 –	Apresentação do processo de organização da busca dos artigos.....	53
Quadro 3 –	Relação final dos artigos para análise.....	54
Quadro 4 –	Relação dos autores sobre MM mais citados nos artigos.....	56
Quadro 5 –	Quantidade dos artigos pesquisados e analisados com o tema de MM nos Anos Iniciais.....	60
Quadro 6 –	Relação dos objetivos dos artigos analisados da categoria (A)	66
Quadro 7 –	Relação dos objetivos dos artigos analisados da categoria (B)	68
Quadro 8 –	Relação dos objetivos dos artigos analisados da categoria (C)	71
Quadro 9 –	Questões do questionário de validação do produto educacional.....	76
Quadro 10 –	Respostas do questionário de validação do produto educacional (questões de 1 a 3).....	77
Quadro 11 –	Respostas do questionário de validação do produto educacional (questão 4).....	78
Quadro 12 –	Respostas do questionário de validação do produto educacional (questão 5).....	79
Quadro 13 –	Respostas do questionário de validação do produto educacional (questão 6).....	80
Quadro 14 –	Respostas do questionário de validação do produto educacional (questão 7).....	82

LISTA DE ABREVIATURAS

AC	Análise do Conteúdo
ANDE	Associação Nacional de Desporto para Deficientes
ANPED	Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação
AmazRECM	Amazônia: Revista de Educação em Ciências
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BOEM	Boletim Online de Educação Matemática
BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
CAPES	Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal
CBEs	Conferências Brasileiras de Educação
CCT	Centro de Ciências Humanas
CEMPEM	Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática
EJA	Educação de Jovens e Adultos
EMD	Ensino da Matemática em Debate
EMR	Educação Matemática em Revista
FAFIJA	Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Jacarezinho
FCC	Fundação Carlos Chagas
FURB	Fundação Universidade Regional de Blumenau
GEPEM	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
GPTM	Grupo de Pesquisas Tecnologia da Educação Matemática
IEMCI	Instituto de Educação em Ciências e Matemáticas
JIEEM	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério de Educação
MM	Modelagem Matemática
OCDE	Organização para Cooperação Econômica e o Desenvolvimento
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais de Educação
PIPEq	Plano de Incentivo à Pesquisa
PPed	Programa de Pós-Graduação em Educação Básica
PEPG	Programa de Estudos Pós-Graduação em Educação Matemática
PPGE	Programa de Pós-Graduação em Educação
PPGECMT	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e

	Tecnologias
PPGEN	Programa de Pós-Graduação em Ensino
PPPG	Pró-Reitoria de Pesquisa da Pós-Graduação
PRPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PUC	Pontifícia Universidade Católica
RBECM	Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática
RBS	Revisão Bibliográfica Sistemática
REMAT	Revista de Educação Matemática
REVISEM	Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática
RIDEMA	Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática
RPEM	Revista Paranaense de Educação Matemática
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SESI	Serviço Social da Indústria
SIELO	<i>Scientific Eletronic Libray Online</i>
SNPG	Sistema Nacional de Pós-Graduação
UDESC	Universidade do Estado de Santa Catarina
UENP	Universidade Estadual do Norte do Paraná
UFF	Universidade Federal Fluminense
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
UFMA	Universidade Federal do Maranhão
UFPA	Universidade Federal do Pará
UFMS	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
UFRRJ	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
UFS	Universidade Federal de Sergipe
UNESP	Universidade Estadual de São Paulo
UNESPAR	Universidade Estadual do Paraná
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNINOVE	Universidade Nove de Julho
UPF	Universidade de Passo Fundo

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	16
1 INTRODUÇÃO.....	20
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	24
2.1 O INÍCIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO BRASIL.....	24
2.2 ALGUMAS CONCEPÇÕES SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	27
2.3 A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	36
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	42
3.1 ABORDAGEM QUALITATIVA.....	42
3.2 ANÁLISE DO CONTEÚDO (AC).....	43
3.3 A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SISTEMÁTICA (RBS).....	47
3.3.1 Primeiro Passo da RBS: definição da pergunta.....	49
3.3.2 Segundo Passo da RBS: buscando evidências.....	52
3.3.3 Terceiro Passo da RBS: revisão e seleção dos estudos.....	53
3.3.4 Quarto Passo da RBS: análise metodológica dos estudos.....	55
3.3.5 Quinto Passo da RBS: apresentação dos resultados.....	59
4 RESULTADOS E ALGUMAS DISCUSSÕES.....	64
4.1 (A) CONTRIBUIÇÕES DE MM PARA APRENDIZAGEM.....	66
4.2 (B) CONTRIBUIÇÕES DA MM PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR E DA PRÁTICA PEDAGÓGICA.....	67
4.3 (C) O USO DA LINGUAGEM SIMBÓLICA, MODELOS E CONCEITOS MATEMÁTICOS NA CONSTRUÇÃO DA MM.....	71
5 PRODUTO EDUCACIONAL.....	74
5.1 VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	75
5.1.1 Percepções dos professores.....	75
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	84

TABELA DE REFERÊNCIAS (CORPUS).....	89
REFERÊNCIAS.....	93
APÊNDICE.....	100

APRESENTAÇÃO

O meu interesse pela área da Educação Matemática surgiu ao longo dos meus estudos, e mesmo sem perceber já estava direcionando minhas escolhas e meu caminhar profissional. Nos estudos iniciais sempre me interessei mais pela área exata e no Ensino Médio estava sempre ajudando os colegas da turma a resolverem suas atividades. Com isso, ao terminar o Ensino Médio optei por tentar ingressar em uma licenciatura, pois a Educação e ser professora eram algo muito vivo e cativante em minha vida.

Em 2001 consegui iniciar a graduação em Matemática, pela Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Jacarezinho (FAFIJA), e para minha surpresa não foi conforme minhas expectativas. Apesar do encantamento com o ensino, terminando o curso em 2005, não me sentia preparada ou apta para dar aula e com isso não ingressei de fato na vida profissional como professora. Na época já trabalhava em uma empresa e não me senti segura para sair e ficar somente com as aulas temporárias. Com isso fiquei por três anos pegando aulas eventuais à noite, ministrando a disciplina de matemática e algumas aulas de física.

No curso de graduação em Matemática tive meu primeiro contato com o tema da Modelagem Matemática. No ano de 2008 ingressei na Pós-Graduação de Instrumentalização para o Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *campus* de Cornélio Procopio – PR, retornando aqui meu interesse maior pelo ensino matemático. Nesta especialização tivemos uma disciplina sobre Modelagem Matemática e tudo parecia fazer mais sentido. Nesta época também iniciei a graduação em Pedagogia, pela FAFIJA, pois acreditava que isso me daria mais base e segurança para ministrar as aulas.

Em 2009 apareceu uma oportunidade para dar aula no Serviço Social da Indústria (SESI), como professora e orientadora de aprendizagem na cidade de Santa Cruz do Rio Pardo – SP, mas para isso precisei parar com a graduação de Pedagogia, pois as aulas eram no mesmo período da faculdade. Talvez tenha sido uma opção precipitada na época, porém acredito que foi a melhor das decisões que tomei, pois nesta experiência com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) percebi a quão importante e representativa é a função do professor alfabetizador. Nesta experiência profissional fiquei por um ano e meio, tendo a oportunidade de orientar os alunos em todas as disciplinas.

No final do mesmo ano, 2009, retornei meus estudos na graduação de Pedagogia, porém agora pela Universidade Nove de Julho (UNINOVE), *campus* de Bauru – SP, na qual me graduei como pedagoga no ano seguinte. Com a formação em Pedagogia, fui buscar pós-graduações na área, mesmo sem estar atuando como professora permanente. Em 2010 fiz duas Pós-graduações pela Faculdade Estadual de Educação, Ciências e Letras de Paranavaí, *campus* de Andirá – PR. Uma especialização em Educação Especial e outra em Psicopedagogia Institucional e Clínica, ambas voltadas para limitações de aprendizagens, as quais contribuíram para compreender o processo de aprendizagem de forma geral.

De 2011 a 2016 diria que vivi um período “sabático” em relação à Educação docente, fiz outras especializações e cursos, mas na área empresarial, pois atuava profissionalmente em uma empresa na área administrativa. Foi uma experiência muito rica, porque aprendi muitos processos de organização, de gestão, de comunicação, que hoje me ajudam indiretamente enquanto professora.

Minha vida profissional como docente permanente posso dizer que, de fato, iniciou-se no ano de 2017, quando ingressei como professora pela Secretaria Municipal de Educação no município de Cambará – PR, onde atualmente estou como professora do Ensino Fundamental I. Aqui ingressei no mundo da alfabetização e me encantei com as possibilidades e transformações dos alunos neste processo, fazendo com que procurasse me aperfeiçoar e voltasse a estudar para acompanhar as demandas de meus alunos.

Em 2019 fiz uma pós-graduação em Alfabetização e Letramento pela Faculdade Futura, *campus* de Votuporanga – SP, e em 2020 uma pós-graduação em Neuroaprendizagem pela Faculdade São Braz Educacional, *campus* de Curitiba – PR. Ambos os estudos foram a distância (EAD) e várias foram as aprendizagens.

Neste período já estava tentando o processo de mestrado, por entender que a pesquisa é um dos caminhos que todo professor deve percorrer para melhorar sua ação docente e direcionar melhor a aprendizagem de seus alunos, uma vez que conseguimos aprofundar um conhecimento e agregamos a pesquisa em nossa prática educacional. Em 2018 fiz a disciplina de Leitura e Escrita Acadêmica do Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná (PPGEN/UENP). E em 2019 fiz a disciplina de Educação Ambiental Crítica do Programa de Pós-Graduação em Educação Básica da Universidade Estadual do Norte do Paraná (PPEd/UENP). Estes dois semestres como aluna especial me

possibilitaram compreender um pouco os programas e fazer a elaboração do pré-projeto, no qual consegui ser selecionada e ingressar em 2020 no PPED/UENP, *campus* de Jacarezinho – PR.

Minha vontade desde o início era direcionar o estudo para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que sou professora desta fase de ensino. E como alfabetizadora, percebo o quanto é difícil para muitos alunos a compreensão da matemática em seus estudos. Desta maneira, a intenção inicial era trabalhar com a Modelagem Matemática no sentido de contribuição e diretamente com os alunos para conseguir identificar possíveis relações que auxiliassem a prática pedagógica nesta etapa de ensino.

Logo que iniciamos o mestrado em 2020, já fomos surpreendidos pela pandemia da Covid-19, e muitos dos planos traçados inicialmente tiveram que ser replanejados. O tempo acabou ficando curto devido à ausência e distanciamento dos alunos. Com isso não conseguimos direcionar uma aplicação e experiência prática diretamente com os estudantes. Desta maneira, optamos por fazer uma revisão de bibliográfica.

Ao longo das disciplinas do mestrado, das variadas leituras, e sobretudo dos direcionamentos com meu orientador professor Dr. George, nossa pesquisa foi tomando forma e direcionando os passos que iremos apresentar posteriormente. Uma das disciplinas que contribuiu bastante para a formulação deste estudo e compreensão da Modelagem Matemática (MM), foi a disciplina de Tendências Teórico-metodológicas em Educação Matemática, ministrada pelos professores Dr. George Francisco Santiago Martin e Dr. Jonis Jecks Nervis. Esta disciplina, sem dúvida, foi importante para o direcionamento da pesquisa e possibilitou a fundamentação deste estudo.

Ao longo desta pesquisa consegui perceber que, de fato, a formação profissional docente é algo constante e que se constrói o tempo todo. Minha formação, minha vida, minhas experiências fazem parte deste contexto. Segundo Tardif (2014), os saberes dos professores são constituídos pelas vivências de situações específicas no relacionamento com os estudantes, com a escola e o meio que o professor vive. Acredito que demorei um longo tempo (anos) para compreender isso, e por isso valorizo tanto este conhecimento, este saber de que nunca estaremos prontos ou acabados para algo. O professor estará sempre em

processo de construção constante de conhecimento, juntamente com seus pares, seus alunos e seus relacionamentos.

Desta maneira, vejo o quão relevante é a área da pesquisa que nos faz chegar mais próximo de um conhecimento e dividir isso com outros profissionais. Neste anseio de busca por compreensões e relações, esta pesquisa foi definida, com a intenção de refletir um pouco sobre a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sobre o olhar das publicações nos periódicos dos últimos cinco anos.

1 INTRODUÇÃO

A cada ano observa-se que a Educação Matemática amplia seus estudos, e destaca possibilidades de trabalhar a matemática em diferentes aspectos, partindo da necessidade de lidar com uma matemática que tenha significado para o aluno. A matemática que se aprende nas escolas deve remeter a um perfil de estudante transformador e crítico, que desenvolva habilidades mais criativas e que acompanhe o desenvolvimento das tecnologias atuais. Desta forma, o ensino matemático precisa promover processos de ensino que proporcionem reflexão, e ao mesmo tempo valorizem as informações trazidas pelos estudantes, contribuindo assim para uma aprendizagem mais concreta.

Nesta questão, D'Ambrósio (1986) vai ressaltar que a matemática deve levar em consideração os fatores socioculturais do estudante, e a Educação Matemática é uma prática social estabelecida por uma ação. Desta maneira, compreende-se a importância de considerar o cotidiano do aluno, e assim variar as metodologias de ensino, priorizando aquelas que permitem uma interação, aliando a teoria com a prática, de forma que os conteúdos se tornem significativos aos estudantes, e isso é um grande desafio para o professor.

Seguindo esta lógica, vários autores destacaram em suas pesquisas e analisaram diversos periódicos sobre Educação Matemática nos últimos anos, a fim de contribuir com a produção acadêmica e, conseqüentemente, melhorar o ensino matemático, seja no âmbito da formação do professor ou aprimoramento de práticas pedagógicas de ensino e aprendizagem que visam melhorar o trabalho docente e a Educação de forma geral.

Passos (2009) fez uma importante contribuição para a Educação Matemática, analisando três décadas de produção bibliográfica nos periódicos da área de Educação Matemática no Brasil, no período de 1976 a 2007. Sua intenção foi compreender o campo de formação de professores, possibilitando reflexões sobre o ser e fazer docente, entendendo melhor os processos formativos, as atividades práticas, possibilitando indicações de cursos e estruturas curriculares mais direcionadas, além de outras colaborações.

Madruga e Breda (2017) fizeram um mapeamento sobre MM nos Anos Iniciais, para verificarem como a MM se apresenta nas pesquisas no período de 2007 a 2016. Os estudos destes autores já revelam uma redução significativa de

pesquisa na área de MM voltada para os Anos Iniciais, e apontam que a utilização da MM amplia as competências matemáticas, fazendo com que os estudantes se tornem capazes de resolver situações-problemas com mais facilidade.

Já Villa-Ochoa, Soares e Alencar (2019), pesquisaram sobre a MM nos Anos Iniciais, fazendo um panorama das publicações brasileiras em periódicos no período de 2009 a 2018, sobre a MM nas publicações científicas. Dentre os resultados, relataram que o aumento de publicações na área de MM para os Anos Iniciais ocorreu em maior escala a partir do ano de 2014, e apontam para a necessidade de mais estudos que tratem desta temática. Dentre os vários estudos compartilhados na pesquisa, apontam que a MM propicia um educar crítico por meio das indagações e resoluções de problemas atuais, facilitando o ensino e aprendizagem dos estudantes.

Desta maneira, percebe-se que há várias pesquisas neste sentido de investigar as publicações e compreender a atualidade do ensino para refletir e ter condições de aprimorar e acompanhar os avanços nas teorias de aprendizagem, que trazem novas metodologias e diferentes abordagens para o ensino da matemática. E, dentre estas formas, a Educação Matemática apresenta as Tendências Metodológicas, em que o destaque para este estudo é a MM. Nesta percepção, o foco desta pesquisa está na MM. Com isso, será investigado como esta Tendência vem sendo abordada nos artigos publicados em revistas científicas. A intenção é ampliar as reflexões sobre a metodologia da MM e suas diferentes possibilidades de ensino. Nos diversos artigos que serão analisados, a questão norteadora é: Quais são os significados para MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental presentes nos artigos publicados no último quinquênio?

Aqui a compreensão do significado é em relação ao sentido do termo MM que cada artigo traz, aquilo que é representado, sua acepção, sua significação, o conceito ou representação usada para referência objetiva, a definição atribuída a este termo (ABBAGNANO, 2007). Desta forma, serão analisados os conceitos com os quais a MM foi apresentada nos artigos e quais os objetivos propostos nestas publicações. A palavra significado será utilizada no sentido do uso da linguagem (ABBAGNANO, 2007). Desta maneira, o objetivo geral da pesquisa é descrever o que os artigos publicados no último quinquênio trazem sobre MM nos Anos Iniciais.

E para alcançar este propósito geral, foram traçados objetivos específicos como: Selecionar as publicações em revistas da área de Educação Matemática

sobre MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Descrever as diversas definições de MM que as publicações adotam; Definir categorias de análise a partir dos objetivos das publicações, destacando os resultados apontados nas pesquisas; e Elaborar o produto educacional, um guia informativo sobre MM endereçado a professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Desta maneira, com a problemática definida e direcionada, os objetivos da pesquisa orientaram os mecanismos de buscas e traçou-se os caminhos do estudo. A pesquisa foi qualitativa e utilizou como ferramentas metodológicas a Análise de Conteúdo (AC) de Bardin (2016) e a Revisão Bibliográfica Sistemática (RBS), seguindo os cinco passos de Sampaio e Mancini (2007). Estas ferramentas foram trabalhadas de forma conjunta para busca e análise dos dados coletados no desenvolvimento do estudo.

Dentre os resultados da pesquisa destaca-se a necessidade de mais estudos sobre MM, com o foco na fase de ensino dos Anos Iniciais, que acredita ser reduzida por diversos fatores, como: a imaturidade dos estudantes, a dificuldade curricular, a falta de experiência docente, a resistência dos estudantes, e outros. E dentre estes desafios, tem-se várias vantagens, como o desenvolvimento da criticidade, da autonomia, da criatividade e alguns outros benefícios.

A seguir será descrita a estrutura de divisão da investigação, para que o leitor visualize toda organização da pesquisa.

No capítulo 1, já descrito nos parágrafos acima, tem-se a introdução da pesquisa com a apresentação do tema, as justificativas, a problemática, os objetivos, a metodologia utilizada e os principais resultados obtidos. Mostrando ao leitor a ideia central do estudo e os caminhos percorridos em cada capítulo.

O capítulo 2 traz a fundamentação teórica do estudo e algumas discussões, sendo separada por tópicos para melhor discutir cada fase. O primeiro tópico traz uma síntese sobre algumas definições sobre a MM, dando destaque para os estudos sobre a MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, destacando várias contribuições e alguns desafios enfrentados durante o processo de desenvolvimento da MM nesta fase de ensino.

No capítulo 3 apresentam-se os procedimentos metodológicos e mostra-se o caminhar da pesquisa, a definição da abordagem e ferramentas metodológicas utilizadas. O capítulo é dividido por tópicos, no primeiro tem-se a abordagem qualitativa da pesquisa, definindo os referenciais teóricos utilizados como

referências. Em seguida, no segundo tópico, tem-se a definição do instrumento metodológico da Análise de Conteúdo (AC), amparada pelas ideias de Bardin (2016). No terceiro tópico tem-se a organização da pesquisa com a Revisão Bibliográfica Sistemática (RBS), seguindo os cinco passos de Sampaio e Mancini (2007).

No capítulo 4 encontram-se as discussões dos resultados da pesquisa, mostrando as definições das categorias, algumas observações dos artigos, explicando as análises de cada uma dessas categorias, apontando os objetivos dos artigos e suas percepções em relação ao ensino matemático por meio da MM. As análises possibilitaram a divisão de três (3) categorias: contribuições da MM para aprendizagem; contribuições da MM na formação do professor e da prática pedagógica; e o uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM.

No capítulo 5 comenta-se a proposta do produto educacional, um guia informativo, com a intenção de levar aos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental uma compreensão da definição de MM, por meio da indicação da leitura dos artigos pesquisados e ter o contato com exemplos de atividades desenvolvidas por meio da MM. Desta forma, espera-se que os professores vejam na MM uma possibilidade de ensino para motivar seus alunos para uma participação mais ativa na construção de seus conhecimentos.

Nas Considerações Finais aponta-se para algumas reflexões em relação ao percurso de análise deste estudo, destacando os principais resultados encontrados sobre o uso da Tendência da MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental revelados nos artigos pesquisados.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nos próximos parágrafos serão abordadas algumas definições sobre a MM, com ênfase na MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Este capítulo é dividido em 3 seções, na primeira comenta-se sobre o início da MM no Brasil com suas primeiras pesquisas. Na segunda seção trata-se algumas definições sobre a MM e por fim na terceira e última seção evidencia-se a MM aplicada aos Anos Iniciais, destacando algumas pesquisas nesta fase de ensino, relatando várias contribuições e seus desafios no processo de ensino e aprendizagem.

2.1 O INÍCIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO BRASIL

A Modelagem Matemática (MM) como metodologia de ensino é bem recente em nosso País, e nasce na década de 60 como forma de investigação de problemas que envolvem relações e encaminhamentos, cujo objetivo é o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos por meio de situações distintas (FRIZZARINI; CARGNIN, 2017).

Segundo Silveira *et al.* (2013), alguns pesquisadores começaram a associar a MM com a própria História da Matemática, e com isso os estudos começaram a surgir. Segundo os autores,

[...] os primeiros trabalhos envolvendo Modelagem Matemática e Educação, no Brasil, surgiram na década de 70, sendo pioneiros os professores: Aristides Camargo Barreto, da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro; seguido por Ubiratan D'Ambrósio, um dos representantes brasileiros em Educação Matemática; e por Rodney Carlos Bassanezi, da Universidade de Campinas. A forma imparcial em que o processo de modelagem promove a matemática e as diversas formas de se construir ciência chamaram a atenção desses e de diversos educadores (FRIZZARINI; CARGNIN, 2017, p. 25).

Desta forma, a MM começa a conquistar espaço no Brasil, uma marca das pesquisas brasileiras é o contexto sociocultural que, segundo Barbosa (2001b), tem uma influência antropológica, política e sociocultural. Já Biembengut e Hein (2005) trazem que a MM é tão antiga quanto a Matemática, uma vez que surge de aplicações da prática do cotidiano dos povos, e com o propósito de resolver um problema. A autora cita que a MM constitui uma divisão da Matemática que busca traduzir fatos reais por meio de uma linguagem.

A origem da MM não ocorreu por meio da Educação Matemática, as primeiras ideias de desenvolvimento em relação à caracterização como atividade de MM surgiram por meio da Matemática Aplicada. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), foi por meio da introdução da Matemática Aplicada que a conceituação e caracterização da MM iniciou suas relações pedagógicas, norteadas pelas práticas educativas e estruturando pesquisas científicas. Desde então a MM vem tornando um espaço como metodologia, cujo objetivo é ensinar matemática relacionando o cotidiano por meio de formas diferenciadas de referir-se aos problemas (FRIZZARINI; CARGNIN, 2017).

A expressão “modelagem matemática”, como forma de resolver problemas e que envolve diversas áreas do conhecimento, surge no início do século XX nas áreas da engenharia e Ciências Econômicas (BIEMBENGUT, 2011). Para Frizzarini e Cargnin (2017), no Brasil o surgimento da MM toma como base os trabalhos de Paulo Freire e Ubiratan D’Ambrósio, que valorizam aspectos sociais em sala de aula. Em 1982, liderado por Bassanezi, foi organizado um curso de pós-graduação na Universidade Estadual de Guarapuava no Paraná, propondo aos alunos visitas em algumas empresas da cidade com a finalidade de levantar problemas reais para serem investigados e resolvidos. Desde então, a MM vem fazendo parte do contexto acadêmico de muitos cursos de pós-graduação, levando dezenas de professores em todas as regiões do País a se aperfeiçoarem por meio da formação continuada (FRIZZARINI; CARGNIN, 2017).

O movimento da MM vem ganhando proporções em todo o País, em 2001 surge a Sociedade Brasileira de Educação Matemática, SBEM. Em 2006 em Blumenau, Santa Catarina, é fundado o Centro de Referência de Modelagem Matemática em Ensino, CREMM, pela pesquisadora Maria Salett Biembengut. E assim a MM vem tomando espaço e reunido diversos trabalhos e experiências no País. Segundo Frizzarini e Cargnin (2017), as diversas experiências e relatos nos centros de pesquisas ajudam no crescimento e fortalecimento da MM, favorecendo a produção de monografias, dissertações, teses e artigos acadêmicos na área. E com isso contribui no contexto escolar de forma geral, colaborando com mais inclusões nos currículos escolares.

Neste contexto, as leis que regem a Educação brasileira começam a incluir no currículo escolar esta possibilidade de diversificar o ensino, intitulada como MM. A partir da publicação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (Lei

Federal n. 9394), aprovada em 1996, a Educação começa a priorizar o Ensino Fundamental com novas metodologias e, posteriormente, em 1997, estabelece-se os Parâmetros Curriculares Nacionais de Educação – PCNs (BRASIL, 1997). Este documento surge da necessidade de aprimorar os instrumentos de orientação para os docentes e melhorar o fracasso escolar (BRASIL, 1997). Os PCNs vêm propor uma forma de aprendizagem matemática que relaciona a compreensão com o desenvolvimento de habilidades, que necessitam estar integradas para que o processo de ensino e aprendizagem ocorra. O documento apresenta a MM como uma Tendência metodológica que possibilita englobar processos de aprendizagem que vão contribuir com o desenvolvimento de competências e habilidades (PARANÁ, 2008).

Em 2017 surge o documento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que estabelece competências e define habilidades para cada fase de ensino da Educação Básica e aponta para o uso da Tendência da MM como uma possibilidade de ensino. O documento aponta que

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (BRASIL, 2017, p. 266).

Desta maneira, a MM se apresenta como uma ampliação dos processos pedagógicos e aumenta as possibilidades de interações para o professor que devem ser aprofundadas, valorizando o contexto social do estudante e busca levantar problemas que partem de questionamentos acerca da vida dos alunos (PARANÁ, 2008).

Barbosa (2001a) sintetiza esta valorização do social e conceito da MM, afirmando que a sua origem se deu na Matemática Aplicada, mas dentro da Educação Matemática o objetivo norteia na exploração da matemática em problemas não matemáticos com a função de formá-los na matemática.

Na próxima seção será discutido algumas das concepções sobre MM, trazendo as definições e visões de distintos autores, propiciando uma ampla

visibilidade sobre a MM, possibilitando assim uma compreensão e interpretação sobre diferentes perspectivas.

2.2 ALGUMAS CONCEPÇÕES SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

A MM tem algumas concepções que se diferenciam entre si em alguns aspectos, com uma ampla relação de autores que aprofundam esta Tendência metodológica. A MM é vista por vários olhares e focos diferentes, mas todos de forma geral consideram a MM como uma ampla possibilidade de enriquecer a aprendizagem por meio de sua abordagem, independente de qual visão o professor direcionar o seu trabalho.

A MM como metodologia, parte de problematizações ligadas a situações do cotidiano, valorizando o contexto social do estudante e busca levantar problemas que partem de questionamentos acerca da vida dos alunos (PARANÁ, 2008). Assim vai se tornar um ambiente estimulante de aprendizagem, podendo envolver diversas áreas distintas da matemática.

Segundo Barbosa (2001a, p. 6), a MM é um “[...] ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Assim pode-se perceber que esta Tendência vai ajudar na compreensão dos fenômenos diários consistentes das análises e compreensões distintas das diversas áreas, fazendo com que o trabalho pedagógico contribua com a formação crítica do aluno.

E nesta questão, Bassanezi (2006, p. 16) vai definir que a MM é a “[...] arte de transformar problemas reais com os problemas matemáticos e resolvê-los”. E para Biembengut e Hein (2005), esta definição envolve a obtenção de um modelo matemático que dependerá do conhecimento adquirido do aluno, considerando as oportunidades de aprendizagem adquiridas durante o desenvolvimento da MM.

Segundo Biembengut e Hein (2005), a MM é um importante meio não apenas para favorecer a vida diária dos indivíduos, mas também para acelerar o mecanismo mental, ajudando na elaboração de um pensamento mais produtivo. Com isso a definição da modelagem pode ser entendida como, “[...] arte de expressar por intermédio da linguagem matemática situações-problemas de nosso meio” (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 7). Para estes autores

A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 13).

Para eles, a MM será um caminho para despertar o interesse do estudante pelos conteúdos matemáticos que ainda não conhece, e com isso terá a oportunidade de “[...] estudar situações-problemas por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico” (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 18).

Assim, o processo de MM envolve a aquisição de um modelo matemático que permite expressar matematicamente um contexto real com algo concreto. O modelo pode ser representado de diversas maneiras, “[...] expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 12). Esses modelos são mecanismos para auxiliar a conferir informações e despertar novas representações e interpretações, promovendo uma visão estrutural e ampla, ajuda na compreensão dos fenômenos complexos e contribui no pensamento produtivo (BIEMBENGUT, 1999). Para Biembengut e Hein (2011), a MM são processos que podem ser divididos em três etapas: “[...] interação, matematização e modelo matemático”, as quais são subdivididas em outras fases: “[...] Reconhecimento da situação-problema, familiarização com o assunto a ser modelado, formulação do problema, interpretação da solução, e validação do modelo” (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 13).

Na primeira fase, a interação, é delineado o assunto que deseja estudar, os alunos que escolhem por meio da exploração da situação-problema e familiarização com o tema, e não se tem uma ordem correta para acompanhar. Em seguida, vem a matematização, onde tem-se a compreensão da linguagem matemática, processa-se as representações que permitem uma solução para a situação-problema. E por fim, chega-se ao modelo matemático, que analisa as implicações da solução e pode retornar para a etapa anterior para ajustes e validações de hipóteses e variáveis (BIEMBENGUT; HEIN, 2011).

Desta maneira, para Biembengut e Hein (2011), um dos principais objetivos é proporcionar aos estudantes que aprendam a elaborar modelos matemáticos, aperfeiçoando seus saberes, e neste sentido espera-se com a MM, estimular a

pesquisa, propiciar a prática em formular e determinar problemas, tratar com temática de interesse, utilizar o conteúdo matemático, e colaborar com o desenvolvimento da criatividade.

Já para Burak (1992), a interpretação também considera uma compreensão dos problemas a partir da realidade do aluno, mas a MM não exige a construção de um modelo, que é visto como uma complementação e pode ser representado por vários tipos de representações como: fórmulas, lista de preços, equações já conhecidas, diagramas, plantas de casa, entre outras.

Nesta perspectiva, o processo de ensino e aprendizagem parte de uma visão construtivista, e o próprio aluno busca seu conhecimento. Aqui tem-se a possibilidade de um olhar mais completo em relação a um conteúdo, contribuindo com a autonomia do estudante, sendo definida por este autor como

[...] um conjunto de procedimentos, cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-se a fazer previsões e tomar decisões (BURAK, 1992, p. 62).

De acordo com Burak (2010), a MM é vista como uma alternativa pedagógica, no sentido que aborda a matemática por meio de um problema não necessariamente matemático. Ainda segundo o autor, este processo é definido por cinco etapas: a escolha do tema, a pesquisa exploratória, o levantamento do problema, a resolução do problema e a análise das soluções.

As etapas, para Burak (1992), são um sistema que ajuda na estruturação e orientação no desenvolvimento das atividades. Na primeira etapa tem-se a escolha do tema, que é feita pelos alunos conforme seus interesses. No segundo momento vem a pesquisa exploratória, depois da fase de escolher o que quer se estudar, os alunos partem para investigação e levantamento de informações sobre o tema, assim como a interação do grupo de alunos, pode-se fazer visitas, entrevistas e coletas de dados em geral (BURAK, 2010).

Na terceira etapa tem-se o levantamento dos problemas, em que será importante a mediação do professor, e permitir ao estudante desenvolver suas ideias com criticidade e autonomia. Nesta fase pode-se instigar os alunos a revelarem suas ações de perguntar, de fazer hipóteses, de analisar, de tomar decisões com base na situação-problema proposta (BURAK, 2010).

A quarta etapa descrita por Burak (2010) é a resolução dos problemas e será

desenvolvido o conteúdo matemático, onde tem-se a formulação do problema. A elaboração da proposta deve ser clara e ter uma linguagem compreensiva que vai permitir a linguagem matemática. O professor será um orientador nesta construção junto com o aluno, pois pode acontecer de recair em conceitos matemáticos que o aluno ainda desconheça.

Por fim, na quinta etapa de Burak (2010) vem a análise crítica das soluções. É o momento de discussão dos resultados, da preocupação com a formalização da linguagem matemática, das interações e troca de informações entre os estudantes. Faz-se as análises das soluções obtidas, discute-se os valores e atitudes, e procura-se a validação do modelo encontrado. E esse modelo é compreendido como uma série de situações relacionadas, em que é feita a constatação, a validação do problema, e interpretação dos resultados, tem-se a aproximação da matemática, com uma grande interação entre os alunos, das análises e resultados encontrados, com a preocupação da linguagem adequada. Muitas vezes há necessidade de revalidar a sentença do problema e volta-se o processo nas etapas anteriores.

Outro pesquisador com publicações relevantes para MM é Bassanezi (2002), que caracteriza a MM como um processo de transformação dos fatos atuais em problemas matemáticos, nos quais a busca pela solução vem de uma comunicação usual, que contribui com a tomada de decisões do indivíduo. Dessa forma, entende-se que a aprendizagem não ocorre pelo predomínio da mera transferência de conteúdo sem contextualizar, pelo contrário, trabalha de forma que o próprio aluno faz essa comunicação das situações da sua realidade com o aprofundamento teórico obtido na busca de soluções. Aqui um modelo matemático é quase sempre um conjunto de equações, conseguido por meio das relações dos diversos fenômenos. Segundo Bassanezi (2002, p. 24), a “[...] Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos”.

De acordo com Bassanezi (2002), a MM é definida pelo conjunto de cinco etapas muito parecidas entre si com as etapas já citadas de Burak (2010). As etapas de Bassanezi (2002, p. 26-31) são: “[...] 1) experimentação; 2) abstração: seleção das variáveis, problematização, formulação de hipóteses, simplificação; 3) resolução; 4) validação; 5) modificação”. Para ambos os autores, as características desenvolvidas através da MM passam pela construção e evolução de conceitos e dos assuntos matemáticos, uma vez que têm a contextualização das situações, integração e socialização dos estudantes de forma constante durante o processo de

aprendizagem (KLÜBER, 2016).

Na primeira etapa descrita por Bassanezi (2002) está a experimentação, aqui se apresenta uma atividade para obtenção de dados. Na segunda etapa, a abstração, tem-se várias subetapas, as quais vão selecionar as possíveis variáveis, buscando em seguida compreender o sistema, para assim fazer a problematização por meio de possíveis hipóteses e simplificação do problema. Na terceira etapa de Bassanezi (2002) vem a resolução, onde vai ocorrer a troca da transferência da linguagem das hipóteses para uma linguagem matemática condizente com o problema, para assim chegar na obtenção de um modelo matemático.

Já na quarta etapa, vem a validação, a aceitação dos dados levantados nas hipóteses, a interpretação dos resultados obtidos, seja por meio do uso de gráficos, tabelas, dentre outras formas de representações. E, enfim, tem-se a última etapa, a modificação, ou seja, o modelo vai ser avaliado e caso não esteja de acordo retorna-se às etapas anteriores para reformular. Esta fase é importante, pois promove a aceitação ou reprovação dos resultados e possibilita a autoavaliação dos experimentos feita pelo próprio aluno (BASSANEZI, 2002).

Nessa mesma perspectiva estão os autores Biembengut e Hein (2011) e Burak (2010), já descritos acima, que possibilitam retornar ao desenvolvimento de suas etapas, fazendo um movimento retroativo, até alcançar um modelo válido para a problematização em discussão. Já nas definições de um modelo matemático, suas definições são compreendidas distintas em alguns pontos. Para Biembengut e Hein (2011), um modelo pode ser representado por um conjunto de representação, seja um gráfico, desenhos, imagem, dentre outras representações. De acordo com Burak (2010), este modelo pode variar de diversas formas e não há obrigatoriamente necessidade de chegar a um modelo. Já Bassanezi (2002) cita que o modelo vai procurar formalizar os dados experimentais encontrados, por meio de um sistema de equações algébricas, dependendo das variáveis analisadas nas relações.

Conforme observado, há um dinamismo grande entre as definições do que vem a ser a MM, seu processo de desenvolvimento e suas características. Possibilitando desta forma uma amplitude maior de aplicações e escolhas para o docente trabalhar com suas turmas, seja nas fases iniciais ou finais da Educação Básica.

Seguindo a visão de concepção que a MM é uma alternativa pedagógica, que faz uma abordagem através da matemática utilizando uma situação não

essencialmente matemática, estão os autores: Almeida e Brito (2005); Almeida e Dias (2004); Almeida, Silva e Vertuan (2012); Tortola (2012); e Tortola e Almeida (2016).

Para Almeida e Brito (2005) e Almeida e Dias (2004), a prática matemática passa a ser entendida como uma possibilidade pedagógica que relaciona os acontecimentos da realidade com a matemática. Nesse ponto, Tortola e Almeida (2016) vão lembrar que estas situações vivenciadas, quando trabalhadas e interpretadas por meio da ação da MM, vão auxiliar o aluno na compreensão da linguagem matemática. A MM, ao mesmo tempo que faz uma alternativa pedagógica para as ações docentes, proporciona ao estudante uma atuação ativa no seu sistema de aprendizagem, por ser uma forma dinâmica, problematizadora e investigativa, conforme é destacado por Tortola (2012) em sua pesquisa.

Na visão de Almeida, Silva e Vertuan (2012), as etapas da MM não possuem uma ordem sequencial e dependem dos obstáculos de cada atividade, sendo elas: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. E nesta perspectiva os autores consideram três momentos de familiarização com a MM: no primeiro e segundo momentos os dados são fornecidos pelo professor que dá um auxílio maior para o aluno, já no terceiro momento todo o processo é feito pelos estudantes. Desta maneira, os alunos desenvolvem uma autonomia maior (TORTOLA, 2012).

Para Barbosa (2001a), a modelagem parte do propósito de fazer com que os estudantes compreendam a matemática no seu contexto social. Desta maneira o autor se apoia no ponto que os contextos por meio da modelagem possibilitam diversos encaminhamentos mais específicos, sem a fixação prévia de procedimentos, pois as análises acontecem conforme os estudantes produzem as atividades.

Dessa forma, pode-se observar que, de acordo com os autores supracitados, a MM contribui na construção do indivíduo de forma mais crítica e ativa, na qual o aluno toma suas decisões na sociedade. Segundo Barbosa (2001a), uma atividade de MM possibilita e desafia a criticidade dos estudantes nas aplicações da matemática. Com isso desperta o interesse nos estudantes de olharem para seus papéis de cidadãos diante da sociedade, proporcionando contribuições mais críticas na finalidade dos assuntos matemáticos. Dessa maneira, qualquer representação matemática pode ser considerada como um modelo matemático, uma vez que

podem representar uma definição matemática (TORTOLA, 2012).

Segundo Barbosa (2004b, 2006), o entendimento da MM é representado pelo sistema de produção de um modelo matemático e as tarefas podem seguir três tipos distintos, que o autor vai chamar de casos, sendo: o caso 1, quando o professor traz a situação-problema pronta e fornece aos alunos os dados necessários para encontrar a solução; caso 2, o docente traz para a sala o problema de uma área diversa e os estudantes são responsáveis pela busca de informações; e caso 3, todo processo é elaborado pelo aluno, eles formulam e resolvem as situações problemáticas.

A partir desta aplicação proposta por Barbosa (2003), o docente tem a possibilidade de disponibilizar uma compreensão mais condizente com a realidade do estudante, uma vez que apresenta uma situação-problema de exemplo para o aluno, e com isso o estudante consegue verificar as possíveis alternativas que irão lhe auxiliar na resolução das próximas atividades. Essa possibilidade se pauta nos “[...] percursos discursivos” propostos por Barbosa (2006, p. 6), que diz da possibilidade de enriquecer o conhecimento e fazer diagnósticos das necessidades apresentadas pelos alunos, a partir da evolução das discussões no decorrer do processo das atividades.

Nesse ponto a autonomia dos alunos aumenta, de maneira que a aprendizagem passa a exigir mais dos estudantes, e a relação professor-aluno fortalece no sentido de ambos serem coautores da aprendizagem (BARBOSA, 2001b). Barbosa (2001b) aponta para uma MM que possibilita a formação de um cidadão participativo, para ele as atividades vão desenvolver os subsídios aos estudantes no entendimento de como a matemática está presente nas práticas sociais, porém a MM não serve somente para esse propósito e sim para problematizar indagações da sociedade. Uma das discussões está em inserir a MM no currículo, pautadas em cinco benefícios: “[...] motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática” (BARBOSA, 2004a, p. 2).

Seguindo um pouco dessa linha tem-se os autores Blum e Ferri (2009) e Ferri (2008), os quais consideram os aspectos cognitivos existentes na modelagem, e destacam o interesse recente de estudos da Organização para Cooperação Econômica e o Desenvolvimento (OCDE), formada por mais de trinta governos que

trabalham em consonância, a fim de enfrentar os desafios econômicos, sociais e ambientais da globalização (SOUSA, 2021). Os aumentos desses estudos em grande parte estão relacionados com o foco da alfabetização matemática, por meio de situações da realidade. Os estudos desses autores apontam para que a MM pode: ajudar os estudantes a compreenderem melhor o mundo; favorecer uma aprendizagem com motivação e formação de conceitos; colaborar para expandir competências matemáticas; auxiliar com a matemática de forma significativa (BLUM; FERRI, 2009).

Na visão de Blum (2006), o cenário da MM é compreendido como um espiral, por meio da interpretação resultante da compreensão matemática é que os alunos podem voltar ao problema inicial, recompor suas ações, fazer a matematização e reinterpretar seus resultados. Segundo este autor, isso ocorre por meio de fases, sendo definido por sete etapas: 1) compreender a tarefa; 2) converter e estruturar; 3) matematização; 4) trabalhar essa matemática; 5) usar as competências matemáticas; 6) validar o resultado matemático; e 7) mostrar e expor (BLUM, 2006).

Na concepção de Blum (2006), o desenvolvimento das atividades de MM inclui a compreensão da situação, da estrutura, da problematização, regularização, esclarecimento, sustentação e interlocução. Desta maneira, a intervenção pedagógica necessita dos conhecimentos próprios desta metodologia, assim o conhecimento da maneira de pensar do estudante é uma ferramenta importante para o docente elaborar sua forma de intervir em cada etapa do processo (MENDONÇA; LOPES, 2017).

Seguindo a perspectiva de Blum (2006), a compreensão de uma tarefa em MM se dá a partir da resolução de todo problema de origem real através do auxílio de modelos matemáticos. As situações-problemas que surgem da realidade como ponto inicial, nos quais utilizam-se procedimentos e estratégias de movimento para o desenvolvimento de um exemplo real, por meio da matematização, e assim chegar a um modelo matemático (ZANELLA; KATO, 2018). Nessa concepção o estudante tem a possibilidade de descrever a matemática e não apenas apresentar um número como resposta, há compreensão das fases dos processos. Esse processo de compreensão é salientado por Blum e Ferri (2009) como uma possibilidade para os estudantes pensarem cada situação revelada nas estratégias de solução.

Já para Meyer, Caldeira e Malheiros (2018, p. 33), a modelagem também possui um enfoque amplo, é considerada como uma concepção de “[...] educar

matematicamente”, uma vez que leva a realidade para o meio escolar, oportunizando variadas formas e olhares para um mesmo problema. Este olhar vai de encontro com as definições do autor Bassanezi (2002, p. 16), quando diz que a MM é a “[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los”. Esses autores partem de uma concepção que contribui para discussões reflexivas sobre a realidade e seus diversos contextos matemáticos muitas vezes intrínsecos na percepção da maioria dos estudantes. Um caminho que opõe a concepção tradicional de ensino e dá possibilidades de observar a matemática de uma forma mais real e como um conhecimento necessário para a vida humana (CALDEIRA, 2005).

Para Meyer, Caldeira e Malheiros (2018, p. 18), a MM se define como momentos norteadores para o professor, que acontecem conforme todo sistema de ensino e aprendizagem, abordando o processo da MM como “um desafio aberto”. Dentro do ambiente escolar esses momentos envolvem a tomada de decisão, e isso contribui para o aluno, no sentido que ele consegue identificar as dificuldades do agir em sociedade e a sua necessidade de tomar uma decisão frente a um problema. Esses momentos são:

[...] 1) determinar a situação; 2) simplificar as hipóteses dessa situação; 3) resolver o problema matemático decorrente; 4) validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real; e, finalmente, 5) definir a tomada de decisão com base nos resultados (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2018, p. 28).

Os autores comentam que esses momentos são mais para dar segurança para o docente iniciar um estudo com a MM. De certa forma, a MM é uma proposta a serviço do conhecimento matemático, sendo uma importante ferramenta para auxiliar a metodologia para o professor.

Essas aproximações com a realidade são lembradas por D’Ambrósio (1986) como forma de enfrentar as situações reais, transformando o ambiente de aprendizagem que desperte uma forma crítica, associando com o mundo ao seu redor. Para o autor, a MM é “[...] um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial” (D’Ambrósio, 1986, p. 11).

Na próxima seção será abordado a MM diretamente aplicada aos Anos Iniciais, evidenciando um pouco sobre algumas pesquisas nesta fase de ensino,

destacando o aspecto favorável da MM no desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico do aluno, assim como destaca possíveis desafios ao trabalhar com esta Tendência metodológica.

2.3 A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

No contexto brasileiro, as pesquisas sobre MM voltadas para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental são recentes, e não há muitas publicações com o foco nesta fase de ensino da Educação Básica. No geral, as publicações para os Anos Finais do Ensino Fundamental são mais volumosas, e quando se limitam aos Anos Iniciais este número é bem reduzido, evidenciando a necessidade de mais pesquisas para essa fase de ensino. Alguns estudos voltados para esta faixa etária (SILVA, KLUBER, 2012; SCHELLER, BONOTTO, VIALLI, 2016; SOUZA, ROSA, 2016; TORTOLA, ALMEIDA, 2018; TEODORO, KATO, 2018) já apontam para esta necessidade de ampliar as discussões sobre MM nos Anos Iniciais, sugerindo o desenvolvimento de novas pesquisas.

Neste ponto, Brasil (2018) coloca que esta etapa é muito importante para Educação da criança, uma vez que ela está formando suas opiniões e assim construindo seus conceitos matemáticos. Para Tortola (2016), a inserção da MM nos Anos Iniciais melhora o processo de desenvolvimento de habilidades, os estudantes demonstram mais autonomia conforme investigam e produzem seus conhecimentos. Para Tortola e Almeida (2016), os alunos tornam-se mais autônomos às regras e convenções determinadas no jogo de linguagem matemático.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC, o atual documento que rege a Educação brasileira, estabelece um ensino por meio de competências, e assim define habilidades para cada fase de ensino da Educação Básica (BRASIL, 2017). Com relação ao campo da matemática, a BNCC traz algumas definições para a área em geral, considerando as articulações dos campos e eixos dos conteúdos estruturantes: Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade, ressaltando as necessidades de os estudantes relacionarem as observações empíricas da realidade com as representações trabalhadas em sala de aula (BRASIL, 2017).

Além das competências específicas da matemática, como: identificar a matemática como Ciência, aumentar o raciocínio lógico, perceber as ligações dos

conceitos matemáticos com outras áreas, criar observações sistemáticas de situações sociais e culturais, aplicar procedimentos e instrumentos matemáticos digitais, encarar situações-problemas em diversos contextos, saber discutir princípios éticos, valorizando as distintas opiniões, e trabalhar coletivamente com os pares, a BNCC traz alguns termos como o letramento matemático, que visa assegurar uma compreensão de reconhecimento da necessidade dos conhecimentos matemáticos na vida diária. Desta maneira, o letramento matemático é definido

[...] como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2017, p. 266).

Esta definição ajuda a compreender a primordialidade do fazer pedagógico ao planejar uma aula, e reforça a necessidade de encaminhamentos metodológicos que facilitem o desenvolvimento destas habilidades. Neste ponto, a utilização da Tendência metodológica da MM tende a contribuir na aprendizagem.

A Educação nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental requer atenção para pontos específicos, como o interesse e a motivação dos alunos, e nestes pontos a MM pode auxiliar diretamente. O ensino por meio da MM contribui com interesse dos alunos, fazendo com que se sintam responsáveis pela sua aprendizagem. As primeiras pesquisas sobre MM na fase dos Anos Iniciais, foi feita por Burak (1992), em que o autor retrata práticas realizadas com professores de um curso de especialização. Essas experiências já apontam uma melhora do interesse nos estudantes participantes. A experiência foi com professores do 2º e 4º ano do Ensino Fundamental. Após a publicação desta tese de doutorado de Burak, começaram a surgir mais pesquisas voltadas para os Anos Iniciais.

Seguindo esta mesma direção, o pesquisador Caldeira (2007) desenvolveu sua pesquisa com crianças do 3º e 4º ano, e optou pela construção de uma horta, assim como Burak desenvolveu em sua tese. Na pesquisa de Caldeira (2007), o

destaque foi que as atividades revelaram o reconhecimento de saberes por meio da linguagem matemática específica da criança, mostrando um ponto satisfatório no processo de MM aplicado.

Nos estudos de Burak (1994), o autor salienta que a MM nos Anos Iniciais pode contribuir na formulação dos conceitos e ideias matemáticas pelos estudantes. Luna, Souza e Santiago (2009), afirmam que a matemática nos Anos Iniciais carece da valorização de metodologias que partem da problematização, propiciando ao aluno criar conexões do pensamento escolar com a realidade do estudante, de maneira a possibilitar um apoio para o progresso pleno do sujeito. Em suas pesquisas, os autores fazem uma análise crítica referente à utilidade dos modelos matemáticos no âmbito da sociedade, buscando perceber como os estudantes dos Anos Iniciais podem analisar criticamente os modelos presentes na realidade quando resolvem uma atividade por meio da MM.

Para Tortola (2012) e Tortola e Almeida (2016), a MM é uma alternativa pedagógica que valoriza as práticas de ensino e aprendizagem matemática e possibilita à criança um envolvimento ativo durante o desenvolvimento de aprendizagem. Os autores reforçam que apresentar exercícios de MM desde a primeira infância pode facilitar o desenvolvimento de habilidades nos estudantes como: autonomia, maturidade e criatividade.

Scheller *et al.* (2017) afirmam que o ensino por meio da MM nos Anos Iniciais ajuda os alunos a construírem inferências em cima de modelos matemáticos, ultrapassando as capacidades matemáticas requeridas nessa etapa de ensino. Biembengut (2007) destaca em seu estudo que as atividades nos Anos Iniciais admitiram o desdobramento de conceitos matemáticos, ajudando a melhorar a interpretação matemática das crianças. Esse processo também foi observado no estudo de English e Watters (2005), os quais apontam que os estudantes participantes das atividades de MM apresentaram melhores resultados matemáticos em exercícios seguintes.

Esses resultados são possíveis, pois a MM apresenta diferentes caminhos para uma mesma atividade, proporcionando mais diversidade e rompe com a forma usualmente do ensino matemático (TRIGUERO, 2020). Há o envolvimento de diversas áreas em torno da problemática a ser analisada e isso tende a enriquecer o processo e facilitar as transposições, conforme aponta o documento da BNCC (BRASIL, 2017). A MM promove uma aprendizagem significativa dos conteúdos da

matemática, por desenvolver situações de investigação, que promove a criatividade (TRIGUERO, 2020). A relevância da criatividade no processo da MM é destacada por vários autores (TORTOLA; ALMEIDA, 2016; SCHELLER; BONOTTO; VIALI, 2016; SOUZA; ROZA, 2016; TEODORO; KATO, 2018; MENDONÇA; LOPES, 2017) e pode ser um facilitador no desenvolvimento das atividades nos Anos Iniciais. Sabe-se que as atitudes criativas são exigidas ao longo da vida do indivíduo, e na Educação esta habilidade deve ser trabalhada, de forma que contribua com o desenvolvimento de novas ideias (PEREIRA, 2008).

Silva e Klüber (2012) apontam que a utilização da MM nos Anos Iniciais contribuiu com um ensino problematizador, que possibilitou ao docente mais discussão, investigação e trabalhar de forma interdisciplinar com os alunos. Segundo Miguel (2007, p. 415), o ensino deve buscar basear-se “[...] na contextualização, na historicização do pensamento matemático, na comunicação e na interdisciplinaridade [...]”, por meio de uma didática que possibilite trazer o conhecimento matemático para as crianças, envolvendo as demais áreas de conhecimento.

O documento da BNCC (BRASIL, 2017) fez importantes considerações na direção de valorizar o relacionamento entre a vida do aluno com aquilo que se pretende ensinar e suas experimentações na aprendizagem matemática. A compreensão matemática se dará pela assimilação dos objetivos matemáticos, assim “[...] os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos” (BRASIL, 2017, p. 276).

Essa didática pode ser vivenciada por meio das atividades de MM, que utiliza meios facilitadores, como a contextualização dos conteúdos e a interdisciplinaridade com várias áreas. Desta maneira, a compreensão matemática vai ocorrer de forma concreta e não mecanizada, terá significado para o estudante, principalmente por se tratar da fase dos Anos Iniciais que necessita de uma didática mais direcionada.

Segundo Tortola (2016), a compreensão matemática precisa levar em conta as particularidades de cada fase de ensino. No caso dos Anos Iniciais tem-se uma preocupação maior com a ludicidade para os alunos, um fato que pode favorecer a aprendizagem, a simbologia matemática vai ter as especificidades determinadas nas exemplificações dos modelos dos alunos, de acordo com a linguagem de cada fase de ensino, considerando os diferentes acontecimentos e situações de uso

(TORTOLA, ALMEIDA, 2018). Acredita-se que a MM, devido à sua forma dinâmica e interdisciplinar, possibilita a utilização de vários recursos, o que proporciona ao estudante um ensino atrativo e concreto, como possibilidades de enriquecer as discussões e troca de ideias. Os alunos se sentem mais motivados para estudar a matemática, essa variação de ideias auxilia a ficarem mais atentos e críticos diante de uma situação. Com a MM os estudantes são os próprios protagonistas e se vêm entusiasmados a pensar, a pesquisarem durante o desenvolvimento do processo, chegando assim aos resultados (PIAIA, SILVA, 2019).

Neste ponto, Burak (2004) vai relatar que por meio da MM é possível perceber que o estudante vê utilidade no que está aprendendo, e dessa maneira vai se entusiasmar e ter mais interesse nos estudos. Tortola e Almeida (2016) ressaltam que os estudantes dos Anos Iniciais, mesmo conhecendo pouco da matemática, podem trazer consigo conhecimentos matemáticos e por meio da pesquisa vão aprofundar esses conceitos. English (2007) faz uma síntese de defesa para justificar a relevância da MM, para ele a modelagem se faz necessária dentro do ensino pelos seguintes argumentos:

- 1) Proporcionar a criatividade e incrementar atitudes de resolução de problemas;
- 2) Formar, fortalecer e considerar um potencial crítico para a utilização da matemática em situações fora do contexto matemático;
- 3) Planejar os alunos para realizar aplicações e modelagem, seja na atualidade ou futuramente;
- 4) Determinar uma imagem de matemática equilibrada e representativa, em vinculação às suas qualidades e função no mundo;
- 5) Ponderar a aquisição e percepção de conceitos, noções e procedimentos matemáticos.

O uso da MM nas fases iniciais do Ensino Fundamental possibilita várias abordagens e pode ter vários resultados considerados satisfatórios, conforme descrito nos parágrafos anteriores. Mas a sua aplicação contém desafios apontados por alguns autores, como dificultadores do processo de desenvolvimento. Esses desafios podem ser, tanto pelo desenvolvimento das atividades pelos estudantes como pela falta de prática do professor com esta metodologia.

Na pesquisa de Giongo e Kuhn (2016), na qual avaliaram as contribuições da prática pedagógica na reflexão crítica frente a questões sociais, foi observado que

houve considerável dificuldade com o registro dos alunos. Já Gomes (2017), que buscou refletir de forma crítica e reflexiva a Tendência da MM nos Anos Iniciais, revelou que os docentes não utilizam a MM, pelo fato de não conhecerem a metodologia, destacando assim a importância das formações continuadas no decorrer da carreira docente. Essa necessidade de aperfeiçoamento também aparece nas pesquisas de Souza e Rosa (2016) e de Teodoro e Kato (2018), que comentam dessa necessidade de aprimoramento constante na vida docente.

E dentre as adversidades no campo da MM, Luna, Souza e Santiago (2009) comentam da natureza enviesada que os alunos podem apresentar na formulação dos modelos matemáticos, e alertam que o trabalho docente será no sentido de auxiliar no desenvolvimento do pensamento crítico nos estudantes. E desta forma as autoras defendem a utilização da MM desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, mesmo diante de alguns desafios, uma vez que as vantagens serão muito maiores para enriquecimento do ensino matemático.

Nesta mesma visão, acreditando que a MM contribui com a formação do pensamento crítico dos alunos, o estudo de Villa-Ochoa, Soares e Alencar (2019) apresenta um panorama de produções científicas sobre MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Brasil. A pesquisa se concentra no período de 2009 a 2018, e nos periódicos da área de Educação Matemática: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM), Educação Matemática Pesquisa (EMP) e Zetetiké. As análises revelam que a MM se torna uma perspectiva inovadora de ensino para a matemática e necessita de mais investigações na área. Os autores ressaltam que a MM, como estratégia, possibilita fortalecer o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, por meio da cooperação, da comunicação e recursos de questionamentos entre os grupos, enriquecendo com diferentes categorias de resoluções matemáticas com base nos problemas reais que surgem nos debates em sala de aula (VILLA-OCHOA, SOARES, ALENCAR, 2019).

No próximo capítulo serão apresentados os procedimentos metodológicos desta pesquisa, destacando os caminhos metodológicos utilizados e o processo de desenvolvimento das buscas e análises, com auxílio das ferramentas da Análise de Conteúdo (AC) e da Revisão Bibliográfica Sistemática (RBS) serão apontados o processo das buscas e as discussões dos resultados encontrados.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo serão abordados os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa e que orientaram todos os processos. Primeiramente, serão apresentadas algumas informações sobre a pesquisa (Abordagem Qualitativa) e as ferramentas de coleta e análise de dados (Análise de Conteúdo – AC e Revisão Bibliográfica Sistemática – RBS, respectivamente).

3.1 A ABORDAGEM QUALITATIVA

A base para investigação desta pesquisa é de natureza qualitativa, com o objetivo de observar o significado atribuído aos objetos de pesquisa. Segundo Flick (2009), os aspectos preliminares de uma pesquisa qualitativa são: a possibilidade do uso e aplicações de técnicas e conceitos nos processos de busca e análise de dados; visões dos envolvidos e sua heterogeneidade; a plasticidade do investigador e da pesquisa e a pluralidade de interpelações e de métodos na investigação qualitativa. Assim, observa uma forma bem abrangente de campos para analisar, a partir de práticas e interações das pessoas com o cotidiano. De acordo com este autor, o centro da pesquisa qualitativa está na descoberta do novo e no desenvolvimento de conceito prático que está fundamentado, e por isso que a validade da pesquisa é medida de acordo com o instrumento que se estuda, sem orientar exclusivamente por padrões científicos teóricos. Assim,

[...] os critérios centrais da pesquisa qualitativa consistem mais em determinar se as descobertas estão embasadas no material empírico, ou se os métodos foram adequadamente selecionados e aplicados, assim como na relevância das descobertas e na reflexividade dos procedimentos (FLICK, 2009, p. 24).

Os estudos qualitativos levam em consideração as opiniões e a prática pedagógica do pesquisador no campo, que são distintas, devido a muitos entendimentos e situações sociais que estão inseridas e das quais se relacionam. Os métodos qualitativos levam em conta a comunicação de quem pesquisa em campo como fragmento esclarecedor da elaboração de conhecimento. Por isso que se tem uma variedade de abordagens e métodos na pesquisa qualitativa, que caracterizam os debates e execução da pesquisa. Uma pesquisa qualitativa não se

fundamenta apenas em uma concepção investigativa e regulamentada (FLICK, 2009).

Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa enquanto conduta metodológica possibilita a descrição e investigação detalhada dos fatos, assim as possibilidades são maiores para o pesquisador. Segundo Godoy (1995), a denominação de qualitativa concentra-se com a preocupação no conhecimento e análise do universo empírico no meio ambiente natural. Desta maneira, o autor destaca que há uma valorização e contato intenso do pesquisador com a situação a ser estudada, o qual aprende com suas observações, análise e interpretações.

Para D'Ambrósio (2004), o foco da pesquisa qualitativa é entender e interpretar as informações analisadas. D'Ambrósio (2004) e Flick (2009) destacam que a pesquisa qualitativa se centra nas formas de interpretar e analisar as informações pelo pesquisador, por meio de uma variação de métodos de análise, possibilitando mais caminhos ao pesquisador.

Desta forma, a escolha pela pesquisa qualitativa e não quantitativa fundamenta-se justamente nas diversas possibilidades que oferece, da capacidade de explorar o ambiente pesquisado, por meio de entrevistas, questionários, estudos de campo, revisões bibliográficas e outras possibilidades com caráter exploratório, uma vez que o objetivo da pesquisa qualitativa é entender o motivo de determinados comportamentos. Segundo Godoy (1995), para entender a complexidade e buscar o entendimento de um fenômeno, a análise qualitativa é mais indicada, uma vez que o pesquisador pode recorrer ao uso de dados quantitativos nos momentos que ver a necessidade de evidenciar seus dados. A pesquisa qualitativa possibilita uma exploração dos eventos e já a quantitativa apenas demonstra os pontos, portanto, será por meio da pesquisa qualitativa que o pesquisador vai conseguir maior profundidade dos fatos ocorridos e avaliação dos resultados (FLICK, 2009).

3.2 ANÁLISE DE CONTEÚDO (AC)

Esta análise é definida como um agrupamento de técnicas de investigações das comunicações, que busca indícios que levam à elaboração de tópicos ou categorias que facilitem na compreensão das reflexões. Assim é um conjunto de técnicas de análises que aplica procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das informações, a AC pode ser destacada pela constituição de três

etapas: “[...] 1) pré-análise; 2) exploração do material; 3) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação” (BARDIN, 2016, p. 125).

Para essa investigação, utilizou-se a Análise de Conteúdo, uma vez que seu objetivo é apresentar um parecer crítico de análises de conteúdo como um aspecto de abordagem, focando em mensagens como confirmação de indicadores que deixem perceber sobre outra vivência além da comunicação (SANTOS, 2012).

As etapas da AC são procedimentos de técnicas de análises que compõem a investigação e proporcionam a validade para a pesquisa. Na primeira etapa com a pré-análise, acontece a organização e separação do material para pesquisa, neste planejamento o objetivo é sistematizar os primeiros conceitos, de forma a dirigir as ações seguintes, numa proposta de estudo. Aqui pode-se apresentar três tarefas: “A escolha dos documentos a serem submetidos à análise, a formulação das hipóteses e dos objetivos, e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final” (BARDIN, 2016, p. 125).

Nesta fase preliminar o material é estruturado, constituindo o *corpus* da investigação,

Escolhem-se os documentos, formulam-se hipóteses e elaboram-se indicadores que norteiam a interpretação final, porém é fundamental observar algumas regras: (i) exaustividade, sugere-se esgotar todo o assunto sem omissão de nenhuma parte; (ii) representatividade, nesse caso os dados devem referir-se ao mesmo tema, ser coletados por meio de técnicas iguais e indivíduos semelhantes; (iv) pertinência, é necessário que os documentos sejam adaptados aos objetivos da pesquisa; e (v) exclusividade, um elemento não deve ser classificado em mais de uma categoria (SANTOS, 2012, p. 385).

Esta etapa, resumidamente, é a organização da investigação. Apesar desta pré-análise ser composta por práticas não estruturadas, definidas de “abertas” por Bardin (2016), e estruturada por três etapas, conforme citadas anteriormente, a autora nos lembra pontos que merecem uma atenção: a) “[...] a leitura flutuante” (compreendida aqui pela imersão das impressões e significados sobre os materiais); b) “[...] a escolha dos documentos” (determina-se *a priori* o universo de documentos que deseja buscar as informações); c) “[...] a formulação das hipóteses e dos objetivos” (a hipótese inicial que se pretende verificar e quais os procedimentos de análise para alcançar o objetivo geral de investigação); d) “[...] a referenciação dos índices e a elaboração de indicadores” (a seleção dos conteúdos que deseja abordar

e seus indicadores de busca do tema, com suas codificações); e) “[...] A preparação do material” (previamente separar o material encontrado para análise) (BARDIN, 2016, p. 166, 168, 170).

No primeiro ponto da pré-análise, a) leitura flutuante, realizou-se a busca dos periódicos, estabelecendo o contato com os arquivos que seriam analisados, determinou-se que as buscas seriam em revistas da área de Educação Matemática, por entender que os conteúdos são centralizados e desta maneira os objetos de análises seriam mais precisos sobre o tema investigado, conseguindo uma quantidade maior de artigos e, conseqüentemente, mais dados para análises. Já no segundo ponto, b) a escolha dos documentos, efetuou-se a seleção dos documentos para análises, pesquisou em cada periódico selecionado e fez-se a leitura dos títulos dos artigos nos anos de 2016 a 2020. Para busca dos artigos, entrou-se no *site* de cada um dos periódicos, ano por ano e volume por volume, fazendo a leitura dos títulos e em alguns casos dos resumos das publicações de cada revista.

No terceiro ponto da pré-análise, c) a formulação das hipóteses e dos objetivos, com base nas leituras dos títulos e resumos dos artigos separados, a hipótese inicial era que os periódicos tivessem um grande volume de publicações sobre o tema pesquisado, mas percebeu-se um número pequeno de publicações, e observou-se que os artigos traziam contextos de aplicações parecidas e alguns poderiam ser agrupados para análise. Aqui começa a se formar relações entre os artigos por meio de seus objetivos e surgem as primeiras associações.

Em seguida, no quarto ponto da pré-análise, d) a referenciação dos índices e a elaboração de indicadores, definiu-se possíveis categorias: prática de ensino e prática de aprendizagem. Definiram-se as codificações das revistas e dos artigos, com base nos indicativos dos recortes de textos, que formaram as unidades de registro dos dados. E no último ponto da pré-análise, e) a preparação do material, separou-se o material encontrado, os artigos foram lidos e separados alguns elementos, como demonstra o Quadro 3, que será apresentado mais à frente –, utilizou-se um programa de tabulação para os dados, a fim de facilitar as comparações e assim fazer as análises.

Após essa etapa da pré-análise dos dados, fez-se a organização dos dez (10) artigos sobre Modelagem Matemática, seguindo com o segundo ponto da AC, a exploração do material. Nesta etapa da exploração do material, os procedimentos

utilizados, sejam eles manuais ou feitos por computador, são tabulados e organizados em função das regras estabelecidas (BARDIN, 2016, p. 131).

Na sequência partiu-se para o tratamento dos resultados obtidos e da interpretação com a descrição das conclusões gerais, dos significados, que permitem “[...] estabelecer quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise” (BARDIN, 2016, p. 131). Para demonstrar os dados foram elaboradas as seguintes codificações: sequencial, considerando a ordem das revistas pesquisadas, em seguida definiram-se algumas unidades de registros e contextos. Bardin (2016, p. 134) vai definir que a unidade de registro corresponde ao sequenciamento de “[...] conteúdo considerado unidade de base, visando a categorização e a contagem frequencial”, ou seja, pode-se fazer alguns recortes ao grau semântico, como o “tema”, “a palavra” ou a “frase”. Desta maneira, os princípios deste processo podem ser definidos como:

A categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação e, em seguida, por reagrupamentos segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos. As categorias são rubricas ou classe, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão das características comuns destes elementos. O critério de categorização pode ser semântico (categorias temáticas: por exemplo, todos os temas que significam a ansiedade ficam agrupados na categoria “ansiedade”, enquanto que os que significam a descontração ficam agrupados sobre o título “descontração”), sintático (os verbos, os adjetivos), léxicos (classificação das palavras segundo o seu sentido, com emparelhamento dos sinônimos e dos sentidos próximos) e expressivo (por exemplo, categorias que classificam as diversas perturbações da linguagem) (BARDIN, 2016, p. 147).

Na AC, o processo de recorte a todo momento é de ordem semântica, seja nas unidades de registros ou de contextos. Desta maneira pode-se “[...] compreender a significação exata da unidade de registro”, e assim qualquer seleção de regra de relação acomoda-se numa hipótese de analogia “[...] entre a presença, a frequência, a intensidade, a distribuição, a associação de variáveis inferidas, não linguísticas” (BARDIN, 2016, p. 137, 143).

Portanto, dentre as principais fases de processos colocadas por Bardin (2016) tem-se a pré-análise já descrita inicialmente, o estudo do material abordado no

decurso, e a forma de tratamento dessas informações, sua inferência e sua interpretação. Nesta pesquisa percebe-se que esses passos já foram evidenciados desde o primeiro momento da investigação, quando se definiu a problemática, delimitando as buscas, ajustando as escolhas dos artigos e definindo os objetivos de investigação. A opção para demonstrar as análises e numerar os artigos seguiu uma codificação de acordo com a sequência numérica e que será demonstrada no Quadro 3, no terceiro passo da RBS. A seguir serão descritos os procedimentos utilizados por meio da RBS, as discussões das análises e toda organização da pesquisa.

3.3 A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SISTEMÁTICA (RBS)

A análise por meio da RBS é uma maneira de pesquisa que vai utilizar a literatura de um determinado tema como fonte de dados. Para Sampaio e Mancini (2007), esta investigação possibilita uma síntese de evidências associadas a um método de intervenção específico, através da aplicação de técnicas explícitas e sistematizadas. As revisões bibliográficas possibilitam uma integração de estudos que podem convergir entre si ou coincidirem, uma vez que os critérios de inclusão e exclusão são definidos pelo pesquisador (LINDE; WILLICH, 2003).

Desta maneira, uma revisão bibliográfica denominada como sistemática vai possibilitar uma discussão com diferentes pontos e argumentações que visam ampliar o conhecimento de um determinado tema, da mesma forma como trazer contribuições para novos estudos e apontar soluções e intervenções que colaborem com a literatura nas futuras pesquisas.

Para Gomes e Caminha (2014, p. 397), as revisões precisam ser bem estruturadas e colaborar para a “construção de diretrizes para atuação profissional ou ida a campo em busca de soluções para artigos originais”. Estes autores destacam também que as revisões de boa qualidade necessitam de pelo menos dois pesquisadores, e os procedimentos são sempre predefinidos, garantindo assim a propriedade do resultado.

A RBS está relacionada com uma síntese rigorosa em torno de pesquisas de um determinado assunto e possui uma pergunta norteadora. A revisão tem capacidade de conduzir de forma concreta o que há de estudos relacionados de um definido tema. Galvão, Sawada e Trevizan (2004) fizeram um estudo na área da

saúde sobre as principais etapas de uma revisão sistemática dentro da literatura e definiram sete fases para este processo: 1) construção do protocolo; 2) definição da pergunta; 3) busca dos estudos; 4) seleção dos estudos; 5) avaliação crítica dos estudos; 6) coleta dos dados; e 7) síntese dos dados. Essas etapas envolvem um grande serviço intelectual em todas as suas fases para garantir que o levantamento traga evidências de qualidade.

Schütz, Sant'Ana e Santos (2011) dizem que a RBS parte de um método com critérios preestabelecidos com evidências científicas e que colabora no desenvolvimento de outros artigos originais. Desta forma, independentemente de qual estudo o pesquisador esteja seguindo, é importante compreender que o desenvolvimento de uma RSB vai contribuir na construção de pesquisas e avanços científicos, uma vez que este tipo de análise é indicado pela inevitabilidade de escolher padrões objetivos e resistentes na separação das informações que irá conduzir a resposta à questão norteadora da pesquisa (GOMES; CAMINHA, 2014).

Segundo Sampaio e Mancini (2007), antes de iniciar uma RBS há três etapas que devem ser analisadas: a definição do objetivo da revisão; a identificação da literatura; e a seleção dos estudos prováveis para análise. Desta maneira, os pesquisadores devem seguir algumas etapas preliminares, mesmo antes de começar a revisão.

Com base neste formato, definiu-se com fundamento teórico para esta pesquisa seguir as etapas propostas por Sampaio e Mancini (2007). Essa investigação vai possibilitar a análise de artigos identificando os significados para Modelagem apresentados nestas publicações. Segundo Sampaio e Mancini (2007), a RBS contempla a caracterização de cada estudo selecionado, analisa a metodologia, reconhece os conceitos relevantes, relaciona as informações estatísticas apresentadas, faz as considerações em cima dos referenciais informados conforme as intervenções apontadas, e pode contribuir com o apontamento de novos problemas para estudos futuros.

Essa ferramenta metodológica RBS em conjunto com a AC possibilitou o levantamento dos dados, as apresentações e organização dos resultados encontrados, possibilitando fazer as análises. A RBS, por meio de seus passos, ajudou a tornar o procedimento de busca organizado, e permitir que as análises fossem detalhadas conforme a necessidade da pesquisadora. Desde a seleção dos

critérios de inclusão e exclusão dos dados, até a seleção dos artigos, a RBS foi uma ferramenta importante para consultas.

Toda busca de dados foi centrada no objetivo geral, de descrever o que os artigos publicados no último quinquênio trazem sobre MM nos Anos Iniciais. E para isso traçou-se os objetivos específicos: selecionar as publicações em revistas da área de Educação Matemática sobre MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; descrever as diversas definições de MM que as publicações adotam; definir categorias de análise a partir dos objetivos das publicações, destacando os resultados apontados nas pesquisas; e elaborar o produto educacional, um guia informativo sobre MM endereçado a professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Após as fases preliminares, partiu-se para as etapas do processo de elaboração da RBS. E para esta busca, conforme já foi citado acima, utilizou-se a definição metodológica de Sampaio e Mancini (2007) por acreditar que estas etapas consideram uma síntese geral de todos os estudos sobre revisões sistemáticas e vai garantir uma qualidade para a pesquisa. Para esses autores, a RBS é contemplada por meio de cinco passos: 1) definição da pergunta; 2) busca de evidências; 3) revisão e seleção dos estudos; 4) análise metodológica dos estudos; e 5) apresentação dos resultados.

Desta maneira, na sequência dos próximos tópicos serão detalhados os cinco passos da RBS citados acima, e junto com eles serão apresentados, simultaneamente, os resultados que os procedimentos da AC evidenciaram por meio das análises das informações.

3.3.1 Primeiro passo da RBS: definição da pergunta

Toda investigação científica necessita de uma pergunta norteadora, que deve ser clara e bem definida. Nesta pesquisa o ponto principal é responder à pergunta: Quais são os significados para Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental presentes nos artigos publicados no último quinquênio?

Com base nesta questão foi-se em busca dos periódicos que publicam artigos na área de Educação Matemática. Para tanto, foi realizada uma busca dentro da Plataforma Sucupira, que é um sistema organizado de informações, análises e avaliações, sendo uma importante base padronizada do Sistema Nacional de Pós-

-Graduação Brasileira (SNPG), controlado pela CAPES, fundada pelo Ministério da Educação (MEC), que desempenha papel importante para expansão dos cursos de pós-graduação *stricto sensu* em todos os estados da Federação (PLATAFORMA SUCUPIRA, 2021).

Por meio da Plataforma Sucupira selecionou-se as revistas da área de Educação Matemática, com estratos indicativos (A1, A2, A3, A4). Essa estratificação chamada de Qualis é uma classificação que relaciona a qualidade das produções científicas publicadas. Este estudo optou por concentrar suas buscas em periódicos conceituados, por entender que as avaliações são mais criteriosas e todos os artigos passaram por avaliações rígidas antes de serem publicados.

Esta primeira busca selecionou vinte (20) revistas, os elementos de busca foram: a) que o nome da revista envolvesse a área de Educação Matemática; b) que a revista tivesse um Qualis (A1, A2, A3, A4); c) que ela fosse de origem brasileira. Em seguida fez-se a organização da relação das revistas selecionadas para busca dos artigos científicos. O Quadro 1 a seguir mostra esta separação e traz alguns pontos que serão apresentados nos passos seguintes da RBS.

Na primeira coluna tem-se a codificação da revista, relacionando-a com a sigla R e uma sequência numérica, seguindo a ordem das buscas realizadas e como forma de organização. Na segunda coluna tem-se o nome da revista. Na terceira coluna está o vínculo institucional da revista. Na quarta e última coluna a quantidade de artigos analisados em cada revista.

Quadro 1 – Relação das revistas selecionadas

Codificação das revistas	Nomes das Revistas	Vínculo Institucional	Quantidade de Artigos analisados
R1	Bolema: Boletim de Educação Matemática	Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP (Universidade Estadual de São Paulo) de Rio Claro	286
R2	Cadernos Cedes	Centro de Estudos e Sociedade de Campinas (SP), Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)	108
R3	Cadernos de Pesquisa (UFMA)	Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Federal do Maranhão (UFMA)	267
R4	Cadernos de Pesquisa (FCC)	Fundação Carlos Chagas (FCC)	297

R5	Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas (Amaz RECM)	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) e da Universidade Federal do Pará (UFPA)	171
R6	Ensino da Matemática em Debate – EMD	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática (PEPG) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP)	85
R7	Educação Matemática em Revista – EMR	Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)	280
R8	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM)	Portal de Periódicos Científicos da Kroton, Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação <i>Stricto Sensu</i>	134
R9	Perspectivas da Educação Matemática	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)	253
R10	Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática (RBECM)	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade de Passo Fundo (UPF)	72
R11	Revista de Educação Matemática (REMat)	Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), Regional São Paulo (SBEM-SP)	137
R12	Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM)	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM), da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), Campo Mourão	229
R13	Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática (REVISEM)	Universidade Federal de Sergipe (UFS)	89
R14	ZETETIKÉ	Faculdade de Educação (FE) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Universidade Federal, Faculdade Federal Fluminense (UFF)	155
R15	Boletim Online de Educação Matemática (BOEM)	Pós-Graduação em Educação (PPGE) do Centro de Ciências Humanas (CCT) e da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC/FAED), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias (PPGECMT) da UDESC/CCT	135
R16	Boletim GEPEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM), Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)	55
R17	Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática (RIDEMA)	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF)	35

R18	TANGRAM – Revista de Educação Matemática	Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), Teia de Pesquisas em Educação Matemática e Grupo de Pesquisas e Tecnologias da Educação Matemática (GPTM)	92
R19	Ensino & Pesquisa	Centro de Ciências Humanas e Educação, Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) de União da Vitória	172
R20	Atos de Pesquisa em Educação	Programa de Pós-Graduação em Educação (FURB) da Universidade de Blumenau	214

Fonte: a própria autora

Ao observar o Quadro 1 percebe-se que as revistas possuem um vínculo institucional com programas de pós-graduação ou grupos de estudos, com isso pode-se compreender que suas publicações retratam discussões, resumos, resenhas, relatos, ensaios e outros estudos com resultados importantes para o meio acadêmico, contribuindo para a formação e o desenvolvimento científico do último quinquênio sobre o tema abordado. E quanto à quantidade de artigos de cada revista, os números menores de publicações se devem ao fato de serem periódicos mais regionais vinculados a poucas instituições de ensino ou mesmo se referem a publicações somente do grupo de pesquisa de uma única universidade e/ou abordam outros temas sobre a Educação Matemática.

3.3.2 Segundo passo da RBS: buscando evidências

Em seguida identificou-se as bases de dados com as buscas, pesquisou-se nos *sites* de cada revista os artigos científicos, considerando cada volume e edições ano por ano. Analisou-se todas as publicações das revistas do último quinquênio (2016, 2017, 2018, 2019 e 2020), fez-se a leitura dos títulos e resumos examinando se encontrava as palavras-chave Modelagem Matemática. Nesta busca leu-se todos os títulos publicados nos anos citados de cada publicação, definindo assim o *corpus* da pesquisa, separando dez (10) artigos para serem analisados.

A seguir tem-se o Quadro 2 com todo processo de organização das buscas das revistas e dos artigos, relacionando os critérios de inclusão e exclusão do processo realizado. Na primeira coluna têm-se os critérios de inclusão, nos quais uma parte já foi comentada no primeiro passo da RBS. Em seguida, na segunda coluna, têm-se os critérios de exclusão.

Quadro 2 – Apresentação do processo de organização da busca dos artigos

Critérios de inclusão	Critérios de exclusão
Seleção das revistas: pertencer à área de Educação Matemática	Revistas de outras áreas fora da Educação Matemática
Ter Qualis A	Possuir outro Qualis que não fosse o A
Ser de origem brasileira	Não ter origem brasileira
*Seleção de 20 revistas	*Exclusão de diversas revistas de outras áreas
Pertencer ao último quinquênio (2016 a 2020)	Pertencer a outros anos fora do quinquênio
Ter no título ou no texto do resumo as palavras-chave Modelagem Matemática	Contemplar outros assuntos que não fossem a Modelagem Matemática
*Busca total de 3.266 títulos de artigos, fez-se a seleção de 41 artigos que contemplavam a Modelagem Matemática e Ensino Fundamental	*Exclusão de 3.225 artigos que não continham nos títulos/resumos as palavras Modelagem Matemática e Ensino Fundamental
Análise dos 41 artigos para fazer a seleção da fase de ensino dos Anos Iniciais, ficando 10 artigos nesta fase/turma	Artigos de outras fases do ensino (Educação Infantil, Anos Finais do Ensino Fundamental, Educação Básica sem turma, Ensino Médio, EJA, Formação Inicial e Formação Continuada)
*Leitura na íntegra de 10 artigos para análise da pesquisa	*Exclusão de 31 artigos

Fonte: a própria autora

O Quadro 2 mostra todo percurso de busca e análises para separar o *corpus* da pesquisa. Houve a leitura de um total de três mil duzentos e sessenta e seis (3.266) títulos de artigos, dentre as vinte (20) revistas analisadas. Foram encontrados apenas quarenta e um (41) artigos sobre MM, porém somente dez (10) artigos contemplavam a fase de ensino dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, os demais estavam em outras fases como: Educação Infantil, Anos Finais do Ensino Fundamental, Educação Básica sem especificar a turma, Ensino Médio EJA, Formação Inicial e Formação Continuada.

3.3.3 Terceiro passo da RBS: Revisão e Seleção dos Estudos

Neste momento analisou-se as buscas e revisão de todo processo de seleção dos artigos para análises. Em seguida é apresentado este *corpus* final dos dez (10) artigos que foram submetidos às análises e contemplam o conteúdo de MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O Quadro 3 traz esta relação e foram

utilizadas codificações para os artigos para facilitar as citações seguintes, assim como os códigos das revistas.

Na primeira coluna do Quadro 3 tem-se a codificação dos artigos (usou-se as letras AT e a sequência numérica ao lado conforme a ordem pesquisada nas revistas). Na segunda coluna encontra-se a codificação das revistas já relacionada no Quadro 1 anteriormente. Na terceira coluna está o ano de publicação, o volume, o número e paginação dos artigos. Na quarta coluna estão os autores e na quinta coluna os títulos dos artigos pesquisados.

Quadro 3 – Relação final dos artigos para análise

Codificação dos artigos	Codificação das revistas	Ano de publicação, Volume, Número e Paginação	Autor(es)	Título do artigo
AT1	R1	2017, v. 31, n. 57, p. 181-201	Helena Gil Guerreiro, Maria de Lurdes Serrazina	A aprendizagem dos números racionais com compreensão envolvendo um processo de modelação emergente
AT2	R5	2016, v. 13 n. 25, p. 5-20	Ieda Maria Giongo; Magáli Schuster Kuhn	Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta para o 5º ano
AT3	R10	2016, v. 9 n. 21, p. 702-723	Morgana Scheller, Danusa de Lara Bonotto, Lori Viali	Desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais por meio da modelagem matemática na educação: possibilidade de utilização de linguagem simbólica
AT4	R10	2016, v. 9, n. 21, p. 960-977	Debora Coelho de Souza, Claudia Carreira da Rosa	Modelagem Matemática: uma possibilidade para o ensino de matemática nos anos iniciais
AT5	R10	2018, v. 11, n. 25, p. 142-161	Emerson Tortola, Lourdes Maria Werle de Almeida	A formação matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana

AT6	R12	2019, v. 16, n. 21, p. 88- -100	Franciele Piaia, Vantilen da Silva Silva	O ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: sobre o uso da modelagem matemática
AT7	R13	2016, v. 5, n. 8, p. 83- -105	Emerson Tortola, Lourdes Maria Werle de Almeida	Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática
AT8	R13	2018, v. 7, n. 13, p. 199-225	Flávia Pollyany Teodoro, Lilian Akemi Kato	Um olhar para a regulação discursiva em uma prática de modelagem matemática nos anos iniciais
AT9	R13	2018, v. 7, n 14, p. 208- -235	Marlí Schmitt Zanella, Lilian Akemi Kato	Um episódio com situações multiplicativas de isomorfismo de medidas em tarefas de modelagem matemática: um estudo com alunos alemães do Ensino Fundamental
AT10	R15	2017, v. 25, n. 2, p. 305- -323	Luzinete Oliveira Mendonça, Celi Espasandin Lopes	Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática

Fonte: os próprios autores

3.3.4 Quarto Passo da RBS: Análise metodológica dos estudos

Nesta fase da pesquisa verificou-se quais eram os objetivos dos artigos analisados, se os pesquisadores alcançaram esses objetivos, quais os métodos utilizados pelos autores, as intervenções didáticas utilizadas, os conteúdos matemáticos abordados, quais os referenciais teóricos e suas concepções sobre MM, assim como possibilidades de futuros estudos. Todos esses pontos serão comentados nos resultados mais à frente, aqui o foco ficará somente nas descrições dos autores sobre MM mais citados nos artigos.

Assim, atentando-se para descrever as diversas definições de MM que as publicações adotam, procurou-se enfatizar as definições que foram mais destacadas nas publicações pesquisadas. A variedade de conceitos da MM coloca esta Tendência como algo instigante, que merece ser estudado e aprofundado. Há

distintas concepções e vários focos. Nesta pesquisa, o capítulo 2 já traz uma fundamentação teórica com mais detalhes sobre alguns autores que embasam a MM. Essa base teórica reforça o pensamento dos referenciais encontrados nas citações dos artigos pesquisados, nos quais se atentou para descrever aqueles que mais aparecem nas referências dos dez (10) artigos.

O intuito de destacar estes referenciais é compreender se existe uma relação de autores mais citados e trabalhados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que isso poderá ser um caminho para o professor que ainda não conhece a MM e nesta pesquisa estes autores servirão de suporte para estruturar o produto educacional. Aqui serão apontados os autores, e com base nas suas definições serão colocadas hipóteses e possíveis relações entre a visão de um autor com o outro. Entende-se que para que um aprofundamento seja maior, há necessidade de mais pesquisas sobre estas relações.

De forma geral, os artigos apoiam suas pesquisas em diversos autores sobre MM, dando enfoque maior para um ou dois autores. O Quadro 4 apresenta esta relação dos autores, ressaltando-se que um mesmo artigo faz citações de diversos autores em suas investigações e esta pesquisa considera as citações mais destacadas nos artigos. Desta maneira, um mesmo artigo pode citar mais autores e aparecer mais vezes. Com isso, o Quadro 4 enfatiza os autores das concepções mais citadas nas pesquisas e que direcionou a prática pedagógica das investigações, dando fundamento teórico para construção e desenvolvimento das atividades dos referidos pesquisadores. Conforme as codificações apresentadas anteriormente, serão utilizados os códigos dos artigos para referenciá-los.

Na primeira coluna do Quadro 4 está o nome dos autores e anos das publicações, ao lado, na segunda coluna, está a relação das codificações dos artigos pesquisados.

Quadro 4 – Relação dos autores sobre MM mais citados nos artigos

Nome e ano dos autores de MM mais citados nos artigos pesquisados	Relação das codificações dos artigos pesquisados
Barbosa (2001a, 2001b)	AT2; AT3; AT6; AT7; AT10
Tortola (2012, 2016)	AT3; AT5; AT7; AT8
Bassanezi (2004, 2006)	AT4; AT5; AT7
Luna, Souza e Santiago (2009)	AT3; AT6; AT9

Almeida Silva e Vertuan (2012)	AT7; AT8
Burak (2004, 2010)	AT3; AT6
Tortola e Almeida (2014, 2016)	AT5; AT8
Almeida e Brito (2005)	AT4

Fonte: a própria autora

Observando o Quadro 5, percebe-se que um dos referenciais mais citados foi Barbosa (2001a; 2001b) apontado em cinco (5) artigos, AT2, AT3, AT6, AT7 e AT10. Este autor parte da perspectiva sociocrítica, que visa despertar as análises de forma mais elaborada pelos alunos, para que exerçam uma função mais ativa na sociedade. Sua visão facilita a construção do pensamento matemático, dentro do ambiente problematizador e investigativo, trazendo a realidade para a prática da sala de aula, e assim contribui com um pensamento matemático a partir da realidade do estudante.

O entendimento desse autor considera a MM por meio de etapas, e que Barbosa chama de caso 1, 2 e 3. No caso 1, o professor vai apresentar uma problematização para os alunos tentarem resolver, e o professor fornece os dados necessários; no caso 2, é apresentado o problema de uma área distinta e os alunos vão em busca de informações para resolverem; e no caso 3, todo o processo de formulação, execução e análise da solução, será feito pelos alunos (BARBOSA, 2001a).

Há diversas visões empregadas por variados autores sobre a MM, porém todas têm em comum que é um processo que necessita de preparação e planejamento, pois parte de um contexto bem amplo na maioria dos casos. Outro referencial que se destaca é Tortola (2012, 2016), que aparece em quatro (4) artigos, AT3, AT5, AT7 e AT8. Este autor considera a MM como uma alternativa pedagógica que busca valorizar as práticas de ensino e aprendizagem matemática, possibilitando ao estudante um ensino mais dinâmico e motivador, uma vez que amplia o repertório de conhecimentos para eles. Com isso a MM potencializa o desenvolvimento de habilidades como autonomia, maturidade e criatividade.

Já Bassanezi (2002, 2004, 2006) e Luna, Souza e Santiago (2009) são destacados em três (3) artigos. Para Bassanezi (2002, p. 24), destacado nos artigos AT4, AT5 e AT7, a “[...] Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos”. E assim o autor define a MM

como uma arte de modificar as situações reais em “[...] problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p. 16). De acordo com o autor, a MM é definida pelo conjunto de cinco etapas: “1) experimentação; 2) abstração: seleção das variáveis, problematização, formulação de hipóteses, simplificação; 3) resolução; 4) validação; 5) modificação”. Klüber ressalta que a contextualização das situações, integração e socialização dos alunos é algo evidente nas atividades desenvolvidas através da MM, que passam pela construção e evolução de conceitos matemáticos durante o processo de aprendizagem (KLÜBER, 2016).

Já Luna, Souza e Santiago (2009), ressaltadas nos artigos AT3, AT6 e AT9, comentam que a problematização possibilita o desenvolvimento do aluno de forma plena, no sentido de formação do cidadão e profissional, já que as problematizações abordam contextos vividos pelos estudantes. Os autores afirmam que a matemática nos Anos Iniciais carece da valorização de metodologias que partem da problematização, com isso o estudante cria conexões do conteúdo escolar com a sua realidade, de maneira a possibilitar um apoio para o progresso pleno do sujeito. Nas suas pesquisas, os autores demonstram que a utilidade dos modelos matemáticos no âmbito da sociedade, fará com que os estudantes dos Anos Iniciais analisem criticamente sua realidade quando resolvem uma atividade por meio da MM.

Na visão de Almeida, Silva e Vertuan (2012), Tortola e Almeida (2016) e Almeida e Brito (2005), destacados nos artigos AT7 e AT8, AT5 e AT8, e A4 respectivamente, a MM é compreendida com uma alternativa pedagógica por meio de etapas. Estas etapas não possuem uma ordem específica e dependem dos obstáculos de cada atividade, sendo elas: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. E assim os autores definem três momentos de familiarização com a MM. No primeiro e segundo momentos os dados são fornecidos pelo professor que dará uma assistência maior ao estudante, já no terceiro momento todo o desenvolvimento é feito pelos alunos.

Para Burak (2004, 2010), destacado nos artigos AT3 e AT6, a MM se define como um agrupamento de procedimentos, com objetivo de erguer explicações matemáticas aos acontecimentos do cotidiano humano. O autor define cinco etapas de desenvolvimento para uma atividade de MM: a escolha do tema; a pesquisa exploratória; o levantamento do problema; a resolução do problema; e a análise das

soluções. A MM vai possibilitar criar uma autonomia no estudante, uma vez que possibilita mais criticidade e independência ao aluno (BURAK, 1992). Observa-se aqui que o processo vai garantir ao aluno analisar, formular hipóteses, perguntar e tomar decisões durante a proposta de atividades.

Em todas as definições sobre MM, tem-se a abordagem problematizadora, que parte da realidade do aluno. Esta característica está presente em todos os autores citados, sendo diferenciada em alguns casos apenas pela separação das etapas ou processos no decorrer do desenvolvimento metodológico da MM. As diversidades dos instrumentos metodológicos ajudam na qualidade do ensino, e a ter diferentes alternativas pedagógicas que auxiliam o professor a alcançar um contexto de aprendizagem mais significativo.

Dessa maneira, a MM será uma ferramenta enriquecedora, uma vez que oportuniza esta relação de aprofundar os conhecimentos propriamente ditos. A MM permite interpretar uma situação real e representar por meio de um modelo matemático, criando soluções de forma ciente e crítica, o educando determina por meio de formulações que solucionam problemas da sociedade e servem de suporte para aplicações e teorias futuras (BIEMBENGUT, 1999).

3.3.5 Quinto Passo da RBS: Apresentação dos resultados

Com base no tempo de profissão e estudos desta pesquisadora, pode-se dizer que um dos grandes desafios da Educação e, sobretudo, do ensino matemático, é levar o conhecimento ao estudante, de forma prática, aproveitando seus conhecimentos e sua realidade. Desta forma, a ação docente pode ajudar na mediação dos conteúdos matemáticos se for trabalhada de forma construtiva com o aluno, considerando seus conhecimentos existentes e facilitando a aprendizagem de novos conceitos por meio de metodologias mais investigativas e problematizadoras. Oportunizando ao estudante uma compreensão dos saberes matemáticos que o levem a transformar seu meio (DANTE, 2003).

Desta maneira, a MM foi apontada em todos os dez (10) artigos pesquisados, como uma ferramenta metodológica importante para o ensino matemático, de forma que transforma o ambiente escolar num meio instigante e atrativo ao estudante. Nos próximos parágrafos serão abordados alguns pontos que foram levantados nos artigos e merecem destaque: a quantidade de artigos sobre MM nos Anos Iniciais; o

desenvolvimento das atividades de MM nos Anos Iniciais; os desafios ao trabalhar com a MM nos Anos Iniciais; a escolha dos referenciais teóricos da MM nos artigos pesquisados; e alguns resultados apontados nas pesquisas.

Ao iniciar a pesquisa, percebeu-se que a quantidade de artigos voltados para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre o tema de MM possui um número reduzido de publicações se comparado com outras fases de ensino, representando assim uma parcela mínima das pesquisas nesta área. O Quadro 5, a seguir, representa esta realidade encontrada nas publicações do último quinquênio. Na primeira coluna tem-se o ano de publicação dos artigos; na segunda coluna a quantidade geral de artigos inicialmente pesquisados; na terceira coluna tem-se a parcela dos artigos que tratavam do tema de MM, e, por fim, na quarta coluna tem-se a quantidade de artigos com o tema da MM voltada para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Quadro 5 – Quantidade dos artigos pesquisados e analisados com o tema de MM nos Anos Iniciais

ANO	Quantidade de artigos pesquisados	Quantidade de artigos com o tema de MM	Quantidade de artigos com o tema de MM nos Anos Iniciais
2016	523	8	4
2017	585	7	2
2018	699	10	3
2019	697	7	1
2020	762	9	0
Total	3.266	41	10

Fonte: a própria autora

Os valores apresentados no Quadro 5 evidenciam os números desse tipo de publicação, que comparados ao quantitativo total podem ser considerados baixos com o foco da MM e, sobretudo, nos Anos Iniciais. Nos próprios artigos esta preocupação é comentada por alguns autores, como AT2 e AT6, que ressaltam a necessidade de mais pesquisas na fase dos Anos Iniciais, para contribuir com novas reflexões, e assim ampliarem as contribuições para a área da Educação Matemática e, principalmente, da MM nos Anos Iniciais. Outros autores, como AT3, AT4, AT5, AT8 e AT10, já reforçam a importância de ampliar os estudos na área da MM na

fase dos Anos Iniciais, pautados nos levantamentos de suas pesquisas que apontam para resultados positivos da MM no desenvolvimento da autonomia, criticidade e criatividade dos alunos. Desta forma, quanto mais cedo este processo de reflexão for inserido, melhores serão os resultados para os estudantes.

As pesquisas analisadas também apontam para desafios no processo de desenvolvimento das atividades de MM, seja pela ação docente ou pelos estudantes. Com os alunos é possível que o primeiro impacto nem sempre seja de entusiasmo, uma vez que estão acostumados com um ensino diferente. Os autores de AT2 sinalizam que houve bastante dificuldade com a escrita e registros dos estudantes em sua pesquisa, e isso gerou uma variedade maior de processos que chegaram ao mesmo resultado, proporcionando a oportunidade de enriquecer as discussões entre os alunos.

A pesquisa de AT3 aponta uma dificuldade inicial nos alunos para desenvolver o pensamento algébrico em sua pesquisa e ressalta o papel do professor neste estímulo que foi fundamental para o desenvolvimento das atividades e alcançar os modelos de registros esperados. Já AT8 alerta possíveis incompreensões durante o processo de MM, e o docente deve orientar por meio do processo de regulação sem interferir na atuação dos alunos, uma vez que a regulação pode ser inapropriada se for controladora nas ações dos estudantes.

Em se tratando dos referenciais teóricos sobre MM utilizados nas pesquisas, pode-se observar que os autores mais citados são: Barbosa (2001a, 2001b); Tortola (2012, 2016); Bassanezi (2004, 2006) e Luna, Souza e Santiago (2009). Esses autores são abordados nas pesquisas com uma linguagem de fácil compreensão e por isso compreende-se ser mais condizente com a faixa etária dos estudantes. E quanto às turmas/participantes da pesquisa, são todas do 4º e 5º anos, apenas as pesquisas de AT5 e AT8 que trabalharam com o 1º e 3º ano, respectivamente. O que mostra aparentemente uma preferência dos pesquisadores pelas turmas maiores para desenvolver as atividades de MM.

Estas percepções vão relacionando pontos semelhantes e distintos entre os artigos, o que pode apresentar muitas indagações: Será que a preferência por determinados autores, de fato, tem relação com a facilidade de compreensão dos alunos? Esta preferência das turmas está relacionada com a maturidade dos alunos? Existe autores que possuem uma linguagem mais apropriada para os Anos Iniciais? Estas indagações surgiram no decorrer da pesquisa e recomenda-se como

pesquisas futuras, por se tratar de pontos interessantes e que trariam mais reflexão sobre a MM e suas formas de trabalho.

Quanto aos instrumentos de coleta, com exceção de AT6, todos utilizavam gravações, áudios e registros escritos. De acordo com os autores, dessa maneira tem-se a possibilidade de revisar cada análise com mais exatidão, assim os estudos demonstram uma preocupação com a fidelidade dos fatos descritos, uma vez que foi unânime a escolha pela abordagem metodológica qualitativa e todos os estudos manifestaram uma preocupação por utilizar uma teoria ou método de análise para avaliar os contextos de suas pesquisas. Neste ponto de análise as opções dos estudos foram bem variadas, como: interpretativa e argumentativa; *Design Research*; método terapêutico desconstrucionista; método investigativo; Análise do Conteúdo; perspectiva de Wittgenstein; revisão bibliográfica; observações, análises do comportamento, ações e produções dos alunos.

Outro ponto observado foi a relevância das formações continuadas para compreensão e trabalho docente com a Tendência da MM, uma vez que muitos professores não viram em suas graduações esta metodologia e a partir do aperfeiçoamento nas formações têm a oportunidade de compreender e desenvolver a MM em suas aulas. As pesquisas de AT4 e AT8 trazem um pouco desta realidade e discutem como a formação continuada pode contribuir com uma ação docente mais direcionada e obter melhor resultado na prática escolar, principalmente para atualizar alguma defasagem de suas formações.

E considerando que toda prática pode ser uma alternativa de diversificar a metodologia na sala de aula, a MM aparece nas pesquisas de AT7 e AT8 como uma alternativa pedagógica eficiente para complementar assuntos de outras áreas e trazer a matemática mais aplicável e contextualizada para os alunos.

Com relação aos resultados alcançados pelos autores, destaca-se a MM por meio da construção de modelos e as diversas formas de representações que levam a diferentes formas de significar os conceitos matemáticos, oportunizando o uso de várias linguagens. Os artigos AT3, AT4, AT5 e AT7 apontam que a MM possibilita a integração de conceitos matemáticos, de forma que auxilia o aluno na compreensão das atividades.

O desenvolvimento de aspectos como autonomia revela-se fortemente nas pesquisas AT3, AT6, AT9 e AT10, assim como a tomada de consciência, o que colabora para reflexões e uma formação mais crítica de analisar sua realidade e

transformá-la. A tomada de consciência é destacada como um fator que colabora para reflexões e uma formação crítica AT6 e AT10. E neste contexto a pesquisa AT6 tem como resultado um ensino mais prazeroso quando se desenvolve a MM, uma vez que insere contextos que promovem a participação ativamente dos alunos, fazendo com que se sintam mais valorizados.

Dentre os resultados alcançados em AT7, estão a valorização de diferentes tipos de linguagem que expressam os modelos matemáticos e isso gera uma amplitude maior de relações futuras para os alunos, que aprendem a discutir e desenvolver mais habilidades. Assim como expressa na pesquisa AT9 essa amplitude de relações novas para os alunos, irá contribuir para mobilizar diferentes ideias e situações na resolução da situação-problema, podendo associar mais possibilidades e enriquecer os resultados. As relações de dados e informações pertinentes vão evoluir progressivamente, conforme alcançado na pesquisa AT10, que mostra a evolução e desenvolvimento dos conceitos, processos e ações dos alunos que também irão contribuir com o desenvolvimento da autonomia já comentada nas pesquisas AT3, AT6 e AT9. O artigo AT10 também traz como resultado, que a variedade de processos vai ampliar o repertório de estratégias para o docente, e, desta maneira, contribuir cada vez mais com o desenvolvimento dos alunos.

No próximo capítulo serão abordadas algumas discussões com os resultados encontrados nas análises dos artigos, conforme a percepção da autora desta pesquisa e as categorias definidas no percurso da investigação. Permitindo assim uma reflexão sobre as possibilidades de utilização da MM no ambiente de aprendizagem.

4 RESULTADOS E ALGUMAS DISCUSSÕES

Diante da problematização e com intuito de responder à questão inicial desta pesquisa – Quais são os significados para Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental presentes nos artigos publicados no último quinquênio? – foram elaboradas estratégias de busca e análises de dados para investigar as publicações científicas da área de Educação Matemática do último quinquênio, e que abordam a MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Desta forma, para compreender esses significados, a investigação foi pensada de acordo com os seguintes procedimentos: Selecionar as publicações em revistas da área de Educação Matemática sobre MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Descrever as diversas definições de MM que as publicações adotam; Definir categorias de análise a partir dos objetivos das publicações, destacando os resultados apontados nas pesquisas; e Elaborar o produto educacional, um guia informativo sobre MM endereçado a professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Desta maneira, iniciou-se a pesquisa estabelecendo seus critérios de buscas, incluindo e excluindo os dados de acordo com seus objetivos iniciais. O Quadro 2 já apresentado anteriormente, sintetiza o caminhar geral da pesquisa. Assim, os passos iniciais buscaram identificar os periódicos na área da Educação Matemática seguindo os critérios definidos de busca, em seguida foram selecionados os artigos e na sequência feitas as análises.

Este caminhar metodológico proporcionou ao longo do caminho reflexões e mudanças de percurso por diversas vezes, até chegar na definição apresentada neste estudo. Diante dos apontamentos observa-se uma grande necessidade de desenvolver mais pesquisas com foco na fase de ensino dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Vários artigos analisados já apontavam esta demanda e citam alguns desafios que podem ser as causas desse número reduzido de pesquisas.

Dentre os desafios apresentados nos artigos estão: o engessamento do currículo escolar; a falta de experiência (conhecimento) ou insegurança dos professores em trabalhar com a MM; a imaturidade dos alunos nos Anos Iniciais para desenvolverem a criticidade exigida em um estudo com a MM; a própria natureza da MM que requer um esforço e tempo maiores para realização das atividades, tanto do professor quanto do aluno, dentre outros. Mas, mesmo diante

desses desafios, percebe-se que os benefícios em trabalhar com esta Tendência são maiores, e apontam em geral para um contexto de mais benefícios do que desafios. Assim, diante de todas as análises observadas, percebe-se que a MM tem muito a contribuir com o ensino matemático nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Esta pesquisa permitiu compreender um pouco das relações de contribuições da MM nos Anos Iniciais, na formação do professor, na reflexão durante a prática pedagógica, assim como no uso de modelos e conceitos matemáticos utilizados na construção da MM. As possibilidades de abordagem da MM são enormes, e por meio das análises pode-se observar que o uso da MM possibilita tornar o ambiente de aprendizagem mais favorável para aquisição do conhecimento e, conseqüentemente, desenvolver várias habilidades nos alunos, como a criatividade, autonomia e inclusive a criticidade.

A divisão das categorias desta pesquisa teve como base os objetivos dos artigos selecionados para essa investigação, no entanto, levou-se em consideração a pesquisa integralmente elaborada pelos pesquisadores. As análises partem da compreensão da pesquisadora desta dissertação, a qual procurou encontrar relações entre as investigações que fizessem sentido agrupá-las umas com as outras. E a partir das observações definiu-se em três (3) categorias: (A) Contribuições da MM para aprendizagem; (B) Contribuições da MM na formação do professor e prática pedagógica; e (C) O uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM.

A definição das categorias foi com base no entendimento da pesquisadora, as quais poderiam ser agrupadas de outra forma, porém em sua compreensão optou-se por esta separação, por compreender que ela faz mais sentido para os objetivos desta investigação. De forma geral, observa-se que todos os estudos partem do intuito de investigação em relação a situações ligadas diretamente com a execução da MM na sala de aula.

Nos próximos parágrafos serão discutidas essas categorias em forma de tópicos, juntamente com os artigos enquadrados em cada categoria. Cabe ressaltar que os artigos foram organizados nas categorias de análise, de modo que um artigo poderia ser agrupado apenas em uma categoria, considerando a vertente mais visível na discussão de cada artigo, de acordo com a compreensão da pesquisadora deste estudo.

4.1 (A) CONTRIBUIÇÕES DA MM PARA APRENDIZAGEM

Os artigos aqui organizados apresentam elementos da MM que contribuem para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Os artigos evidenciam como a MM constrói um ambiente favorável à aprendizagem, explicando alguns direcionamentos relacionados ao ensino e aprendizagem. No Quadro 6 a seguir está a relação dos objetivos de cada artigo desta categoria (A). Na primeira coluna tem-se a definição da categoria, na segunda o objetivo geral de cada artigo e, por fim, na última coluna a codificação dos artigos.

Quadro 6 – Relação dos objetivos dos artigos analisados da categoria (A)

Categoria de análise	Objetivo geral dos artigos	Codificação dos artigos
(A) Contribuições da MM para aprendizagem	[...] perceber como se pode construir uma aprendizagem com compreensão dos números racionais (GUERREIRO; SERRAZINA, 2017, p. 182)	AT1
	“[...] investigar o que se revela da regulação discursiva em uma prática de Modelagem nos anos iniciais” (TEODORO, KATO, 2018, p. 199)	AT8

Fonte: a própria autora

No artigo intitulado e codificado por AT1, teve-se como objetivo de compreender como é capaz de formar uma aprendizagem com assimilação dos números racionais. As autoras discutem como se compreende o papel dos conceitos, à medida que são transformados em modelos contextualizados e partem para evolução de padrões de raciocínio. Segundo AT1, esse processo é possível devido às variações de representações e flexibilidades durante a aprendizagem. As autoras alertam para as representações que muitas vezes são condicionadas a modelos prontos e mecanizados, nos quais os alunos não fazem associação com novos conhecimentos. O modelo deve ser interpretado nesse caso, como uma obra gradativa “[...] que resulta da atividade do aluno sobre a representação, apoiando a construção de relações e constituindo a base do seu raciocínio matemático” (GUERREIRO, SERRAZINA, 2017). E assim pode-se observar que isso irá possibilitar futuras associações com outras situações-problemas enfrentadas pelo estudante.

Diante do exposto, observa-se que a MM tem muitas contribuições para

aprendizagem matemática, por conseguir relacionar diversos aspectos dentro do ensino e aprendizagem, e intensificar o relacionamento pedagógico do professor e aluno. Pode-se ainda observar que há uma valorização das possibilidades de discussões e interatividades no ambiente escolar quando se trabalha com a MM. Isso vai ajudar no desenvolvimento da criatividade e enriquecer as interações discursivas.

Em AT8 as autoras deixam claro que as ações discursivas dos alunos possibilitam autonomia em suas aprendizagens e na vida prática. Desta maneira, direcionou-se os debates demonstrando que a regulação discursiva nas práticas de MM contribui para aprendizagem nos Anos Iniciais. Essa regulação é entendida como uma normatização dos procedimentos durante uma atividade, e neste caso vai fortalecer o discurso pedagógico que conduz as atividades. As autoras alertam que o docente precisa adequar essa interação corretamente, para que não se torne inapropriada, “[...] quando atua controlando as ações dos alunos, impossibilitando que sejam autônomos em suas aprendizagens, ou como necessária, do ponto de vista do professor” (TEODORO; KATO, 2018, p. 223). Com base nisso pode-se estabelecer que as ações discursivas devem caminhar para o desenvolvimento da autonomia, possibilitando que os alunos sejam autônomos em seus estudos e desta maneira contribuindo com a aprendizagem.

4.2 (B) CONTRIBUIÇÕES DA MM NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR E DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Nesta categoria os artigos trazem contribuições e reflexões críticas referentes à formação do professor e à prática pedagógica acerca do ambiente de ensino com a utilização da MM. Na formação docente evidencia a contribuição em relação à formação continuada e à utilização da MM como um procedimento de ensino e aprendizagem. E quanto à prática, os artigos trazem considerações de pontos relevantes, no sentido de olhar para a prática pedagógica como fonte de análise para promover o repensar pedagógico, no sentido de potencializar o vínculo educacional do ensino e aprendizagem por meio do recurso da MM.

No Quadro 7 está a relação dos objetivos de cada artigo desta categoria (B). Na primeira coluna tem-se a definição da categoria, na segunda o objetivo geral de cada artigo e, por fim, na quarta e última coluna a codificação utilizada para os artigos.

Quadro 7 – Relação dos objetivos dos artigos analisados da categoria (B)

Categoria de análise	Objetivo geral dos artigos	Codificação dos artigos
(B) Contribuições da MM na formação do professor e da prática do professor	[...] avaliar as contribuições da prática pedagógica na reflexão crítica do aluno frente a questões sociais; promover nos discentes a capacidade de fazer uso de conhecimentos vinculados à disciplina de Matemática em outras áreas do conhecimento e em situações cotidianas; contribuir para disseminação de conhecimentos relativos à Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (GIONGO; KUHN, 2016, p. 6)	AT2
	[...] mostrar que, mesmo sem formação específica na área de matemática, o professor que tem a oportunidade de estudar os conteúdos matemáticos como um todo, utilizando a Modelagem Matemática, como uma estratégia de ensino e aprendizagem, poderá aprofundar seus conhecimentos, o que possibilitaria trabalhar em sala de aula com desenvoltura e segurança, proporcionando a seus alunos a possibilidade de participação ativa na própria aprendizagem (SOUZA; ROSA, 2016, p. 962)	AT4
	[...] investigar sobre o uso da Modelagem Matemática no ensino da Matemática nos Anos Iniciais numa escola pública (PIAIA; SILVA, 2019, p. 1).	AT6
	[...] ampliar compreensões acerca da ação pedagógica em ambientes de aprendizagem na perspectiva de modelagem matemática (MENDONÇA, LOPES, 2017, p. 305).	AT10

Fonte: a própria autora

Dentre os artigos desta categoria, apenas o artigo AT4 direciona para formação docente e os demais são voltados mais para prática do professor. O artigo AT4 traz como objetivo evidenciar que, mesmo sem a formação específica em matemática, o professor pode atualizar seus conhecimentos por meio dos estudos dos conteúdos matemáticos, e assim colaborar com o aprofundamento dos saberes matemáticos no processo de aprendizagem junto dos estudantes.

As autoras de AT4 salientam que se o professor se aprofundar por meio de estudos, terá a oportunidade de refletir sua ação docente e criar contextos mais ativos, que favorecem a aprendizagem de seus alunos. Segundo as autoras, os professores devem aprofundar seus saberes em relação ao currículo matemático e desta forma vai “[...] trabalhar em sala de aula com desenvoltura e segurança, proporcionando a seus alunos a possibilidade de participação ativa na própria aprendizagem” (SOUZA; ROSA, 2016, p. 962). No artigo fica claro que a maneira do professor trabalhar “[...] no processo de ensino e aprendizagem da matemática pode influenciar seu futuro matemático” (SOUZA; ROSA, 2016, p. 973).

Para as autoras de AT4, o professor precisa dominar os conhecimentos

matemáticos, e a melhor forma é a formação continuada para aprofundar esses conhecimentos matemáticos, uma vez que os professores dos Anos Iniciais em sua maioria não possuem formação específica em matemática. Nesse artigo observa-se que a MM pode ser uma rica oportunidade metodológica ao professor para melhorar sua atuação profissional, uma vez que proporciona reflexões e autoavaliação durante o processo, sendo um instrumento diversificado de ensino e aprendizagem que tende a fortalecer o trabalho docente.

Neste contexto pode-se observar que a MM fornece possibilidades ao professor para problematizar o ambiente escolar, proporcionando reflexão e momentos de reavaliar sua própria prática docente, na medida que oportuniza um ensino que não parte de modelos prontos, mas que estabelece suas próprias demonstrações e compreende as relações das expressões e cálculos. Desta maneira, os artigos AT2, AT6 e AT10 trazem reflexões em relação à prática do professor na sala de aula, oportunizando um repensar das ações pedagógicas com base em um ensino mais dinâmico.

O artigo AT2 avalia os benefícios da ação pedagógica, que auxilia a promover uma reflexão crítica frente a questões sociais, e relata que a MM, uma vez que está vinculada a outras áreas de conhecimentos, proporciona um ambiente propício, que desperta o interesse dos estudantes e resulta em diferentes formas de pensamento matemático.

Segundo AT2, o uso de variadas formas de representação ajuda a gerar distintas reflexões nos alunos durante as resoluções das questões sociais, as quais são os próprios estudantes que levantam no decorrer das atividades. Desta maneira, observa-se que as atividades potencializam os debates e as tomadas de decisões.

Neste contexto, Barbosa (2004b) vai apontar que a MM é a possibilidade de desenvolver atividades que forneçam caminhos aos estudantes no entendimento de como a matemática é aplicada nas intervenções sociais. No artigo AT2 fica clara essa intervenção e reflexão acerca das questões sociais, quando se problematiza situações do cotidiano, “[...] levando o aluno a refletir sobre suas próprias condutas, tornando-o mais crítico em relação a questões sociais” (GIONGO; KUHN, 2016, p. 18).

Desta forma, observa-se no artigo que ao enfatizar questões sociais e a atuação do estudante na sociedade, promove-se uma reflexão crítica que auxilia o desenvolvimento da prática pedagógica, fazendo com que o aluno compreenda a

representação da matemática nas discussões sociais. Essa reflexão é uma das características proporcionadas pela MM durante o seu processo de desenvolvimento e que vai contribuir com uma prática pedagógica mais direcionada junto aos estudantes.

Segundo AT6, a conscientização vai tomando forma à medida que “[...] as crianças percebem o quão importante a Matemática é para nossa vida, pois nas aulas são convidadas a investigar e pesquisar um tema que seja de seu interesse” (PIAIA; SILVA, 2019, p. 89-90). Para os autores, a MM, por ser uma metodologia que os estudantes são protagonistas, contribui para que os alunos se tornem “[...] críticos e criativos na resolução de problemas cotidianos e reais, pois são instigados a pensar, investigar e não estimulados a reproduzir respostas” (PIAIA; SILVA, 2019, p. 92).

Com isso, pode-se observar que AT6 deixa claro o quanto a MM oportuniza um ensino que valoriza a ação dos alunos, e com isso eles se sentem mais motivados durante a prática pedagógica. Nesse contexto, compreende-se que a MM, enquanto metodologia de ensino, possibilita uma participação mais ativa dos alunos, o que facilita a construção do conhecimento de maneira crítica e contextualizada, pois promove ações ligadas diretamente ao cotidiano do estudante.

No artigo AT10 o objetivo foi ampliar a compreensão do trabalho docente em ambientes de ensino e aprendizagem na perspectiva da MM, e fazer uma discussão sobre os distintos tipos de intervenções durante as atividades. As autoras comentam que o docente pode apresentar insegurança no início com as questões dos alunos, porém são justamente esses ambientes de questionamentos que vão levar o aluno à reflexão e, conseqüentemente, às aprendizagens. Os resultados desse artigo apontam que “[...] a prática pedagógica com a modelagem matemática, [...] demanda uma atitude reflexiva, comprometida e ativa e reflexiva do professor” (MENDONÇA; LOPES, 2017, p. 321).

Desta forma, observa-se que as manifestações dos estudantes identificam progressivamente a compreensão dos conceitos matemáticos e que todos os artigos desta categoria indicam que o uso da MM, mesmo que diante de alguns desafios, permite a construção de um ambiente de aprendizagem que auxilia a prática pedagógica de maneira reflexiva. Essa reflexão crítica vai proporcionar uma qualidade no ensino e aprendizagem, à medida que constrói uma competência investigativa no ambiente escolar, o qual será capaz de aumentar o conjunto de

estratégias de mediação do professor, para colaborar cada vez mais com o conhecimento dos alunos.

4.3 (C) O USO DA LINGUAGEM SIMBÓLICA, MODELOS E CONCEITOS MATEMÁTICOS NA CONSTRUÇÃO DA MM

Esta categoria agrupa os artigos que discutem a dinâmica das representações matemáticas, seja o uso da linguagem simbólica, os modelos e conceitos matemáticos presentes na construção das atividades de MM. Observando os artigos, percebe-se que o uso de representações dentro do processo da MM pode variar bastante, depende do contexto e da criatividade do aluno, de como os estudantes vão generalizar as ideias e fazer o uso das representações. As distintas formas de representações motivam os alunos a buscarem novas formas de pensar e apresentarem seus modelos matemáticos.

No Quadro 8 está a relação dos objetivos de cada artigo desta categoria (C). Na primeira coluna tem-se a definição da categoria, na segunda o objetivo geral de cada artigo e, por fim, na terceira e última coluna a codificação utilizada para os artigos.

Quadro 8 – Relação dos objetivos dos artigos analisados da categoria (C)

Categoria de análise	Objetivo geral dos artigos	Codificação dos artigos
(C) O uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM	[...] analisar as práticas, a fim de demonstrar que a Modelagem Matemática na Educação possibilita a utilização de linguagem simbólica pelos estudantes (SCHELLER; BONOTTO; VIALI, 2016, p. 1)	AT3
	[...] investigamos, à luz da perspectiva filosófica de Ludwig Wittgenstein, [...] a formação matemática de alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental por meio de atividades de modelagem matemática (TORTOLA, ALMEIDA, 2018, p. 142)	AT5
	[...] investigamos como os alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental lidam com a formulação, uso e validação de modelos matemáticos (TORTOLA, ALMEIDA, 2016, p. 83)	AT7
	[...] investigar que teoremas em ação são mobilizados por alunos do quinto ano do Ensino Fundamental durante o desenvolvimento de situações multiplicativas de isomorfismo de medidas em tarefas de Modelagem Matemática (ZANELLA, KATO, 2018, p. 208)	AT9

Fonte: a própria autora

No artigo AT3 o objetivo foi investigar as ações, a fim de verificar que a MM

incentiva o aproveitamento da linguagem simbólica pelos alunos. O artigo apresenta como resultado que os problemas resolvidos pelos estudantes dos Anos Iniciais possibilitaram a integração de fundamentos aritméticos e algébricos além do esperado para a faixa etária. Isso fica evidente quando cita que os estudantes, ao elaborar “[...] modelos são capazes de desenvolver sistemas significativos para resolver situações-problemas de seu contexto”, gerando assim representações matemáticas que promovem “[...] o desenvolvimento da linguagem e do pensamento” (SCHELLER, BONOTTO, VIALI, 2016, p. 706).

Em AT5 e AT7, os modelos matemáticos construídos possibilitaram discussões dos conceitos, propiciando o desvinculamento das situações práticas para uma normativa, com o uso correto dos princípios matemáticos. Os autores reforçam que as atividades de MM têm potencialidade de contribuir com a matemática dos estudantes, uma vez que possibilita aos alunos o uso de linguagens que ampliam seus conceitos matemáticos. Por esta razão os autores fortalecem a inserção de tarefas da MM desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

No artigo AT7 citam que “[...] o uso da linguagem matemática se deu por meio de várias representações: tabelas, listas, figuras, expressões numéricas e operações, textos escritos, gestos etc.” (TORTOLA, ALMEIDA, 2016, p. 103). Revelando assim “[...] pelo menos dois tipos de linguagem: a do fenômeno sob a investigação e a matemática”, nas atividades propostas os estudantes estabeleceram características de linguagens algébricas, que submergiram da linguagem natural (TORTOLA, ALMEIDA, 2016, p. 101).

Os autores acima também ressaltam que a representação pode ser uma linguagem escrita ou mesmo oral, cuja prática vai possibilitar ao estudante elaborar seus modelos por diferentes tipos de linguagem. Desta maneira, observa-se claramente nos artigos que as atividades de MM propiciam uma formação matemática aos estudantes com variados jogos de linguagem, oportunizado pelos diferentes cenários e práticas durante seu processo de desenvolvimento das atividades. Nesses artigos, pode-se verificar que a percepção dos alunos, ao lidarem com as formulações e validações dos modelos matemáticos, fortaleceu o uso de linguagem e modelos matemáticos de forma mais sucinta e compreensiva para os estudantes.

Em AT9 as autoras discutem essas representações por meio de uma investigação dos teoremas de ação, que são estimulados durante o processo de

atividades multiplicativas de isomorfismo utilizando a MM como instrumento metodológico. Destaca-se que “[...] a abordagem de uma situação multiplicativa por meio da Modelagem Matemática proporcionou aos estudantes mobilizar diferentes ideias associadas à multiplicação” (ZANELLA, KATO, 2018, p. 232). Dessa maneira, pode-se observar que as proposições de condutas dos estudantes propiciaram que as relações dos conceitos matemáticos utilizassem outras linguagens e representações que ampliaram os conceitos de multiplicação.

5 PRODUTO EDUCACIONAL

Esta pesquisa procurou trazer os significados para Modelagem Matemática (MM) nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental presentes nos artigos publicados do último quinquênio, evidenciou-se vários pontos interessantes que podem colaborar no ensino e aprendizagem matemática. E o produto educacional representa o resultado da dissertação de Mestrado Profissional em Educação Básica da Universidade Estadual do Norte do Paraná – PPEd/UENP, *campus* Jacarezinho – PR.

A elaboração desta dissertação, com o título “A Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar sobre as publicações em periódicos nos últimos cinco anos”, possibilitou descrever o que os artigos no último quinquênio trazem sobre a MM nos Anos Iniciais. Estes artigos retratam pontos interessantes para reflexão, apresentam algumas contribuições positivas para o ensino matemático por meio da MM, assim como relatam alguns desafios na utilização desta Tendência.

Dentre as contribuições positivas apontam-se para o desenvolvimento de habilidades, como a criatividade, a autonomia e a comunicação. As análises revelam que o uso da MM desperta um interesse maior dos alunos, já que contribui na formação de um ambiente problematizador que consegue associar o cotidiano do aluno com a prática da sala de aula. Desta maneira, contribui na busca de novas formas de pensar e assim pode apresentar diferentes modelos matemáticos.

As análises dos artigos também mostram alguns desafios, como: o número reduzido de pesquisas no assunto, a falta de formação dos docentes, a oposição inicial dos alunos frente a uma nova forma de estudo. No estudo de Giongo e Kuhn (2016) é relatada uma resistência inicial dos alunos ao trabalhar com a MM, mostrando também uma insegurança dos professores ao trabalhar com situações mais abertas. Para Piaia e Silva (2019, p. 98), um dos desafios é a atuação e formação do professor, que muitas vezes em sua graduação teve apenas um acesso rápido no curso sobre a Matemática, “[...] e pouco é tratado sobre as tendências metodológicas, como a Modelagem.”

Scheller, Bonotto e Viali (2016) em sua pesquisa analisaram como as práticas dos estudantes com as atividades de MM possibilitam linguagens simbólicas diferentes. Seus estudos apontam que “[...] a falta de capacitação do professor e sua

predisposição em trabalhar com atividades desafiadoras”, revelam uma limitação de abordagens que acaba por prejudicar o desenvolvimento das atividades de MM (SCHELLER, BONOTTO, VIALI, 2016, p. 718).

Com base no desafio apontado em alguns dos artigos sobre a falta de conhecimento do professor, o intuito deste produto educacional é apresentar uma fundamentação teórica sobre a MM, levando o professor dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a compreender essa Tendência Metodológica e possivelmente aplicá-la em suas aulas. Entende-se que a formação do professor é fundamental para o desenvolvimento das atividades com êxito, “[...] a prática com a modelagem matemática, em função de sua dinâmica aberta, demanda uma atitude reflexiva, comprometida e ativa do professor” (MENDONÇA, LOPES, 2017, p. 321).

Assim, a intenção desse material é que sirva como apoio aos professores e possa ser uma fonte de formação para o docente. E com isso o professor terá mais uma possibilidade metodológica para aplicar, que ajudará a motivar os alunos com uma participação mais ativa na construção de seus conhecimentos. O produto foi estruturado pensando nos docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que não possuem formação específica em Matemática, para que assim conheçam um pouco sobre a MM e possam replicá-la em sala de aula.

Esse guia informativo será disponibilizado como apoio para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. E para melhor divulgação optou-se por elaborar arquivos separados para a dissertação e o guia. A forma de divulgação do material será por meio de cópias impressas e *on-line* (PDF) disponibilizadas para a rede de ensino dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que tiverem interesse. O material ficará disponível na forma *on-line* e poderá ser enviado por *e-mail*, ficando disponível na página do Programa de Pós-Graduação de Educação Básica (PPed/UENP).

5.1 VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

5.1.1 Percepções dos professores

O guia foi pensado levando em consideração a necessidade de formação dos professores nos Anos Iniciais. No decorrer da pesquisa, um dos desafios argumentados nos artigos foi a falta de conhecimento do professor em relação à

Tendência Metodológica da MM. Desta maneira, a formação docente é de fundamental importância para o professor, que aprende novas metodologias de ensino que podem dinamizar suas aulas e com isso melhorar o ensino e a aprendizagem.

Desta forma, o preparo deste guia foi pensando nesta formação docente, que contribuirá na interação professor e aluno de forma mais ativa, possibilitando uma construção de conhecimentos mais sólida. Uma vez que sabemos da dificuldade de ensinar matemática no processo de alfabetização, é necessário utilizar metodologias mais concretas que partem do cotidiano dos alunos.

Para validar esse produto elaboramos um questionário com sete (7) questões (Q1, Q2, ... Q7) e disponibilizamos por meio de um *link* redirecionado para o Google Formulários. Os professores deveriam ler o produto e responder ao questionário. O *link* do questionário foi enviado para alguns professores dos Anos Iniciais da rede de ensino municipal de Cambará/PR. Por meio da leitura do guia, os professores deram suas opiniões em relação ao conteúdo abordado e contextualizado sobre a MM no guia. O Quadro 9 a seguir mostra as questões enviadas para validação do produto. A primeira coluna segue com a codificação das questões e na segunda coluna, o título das questões.

Quadro 9 – Questões do questionário de validação do produto educacional

Q1	Qual a sua formação acadêmica?
Q2	Em que fase de ensino você está atuando no momento?
Q3	Você já conhecia a Tendência Metodológica nomeada Modelagem Matemática?
Q4	A partir da leitura do guia informativo, o que você pensa sobre a viabilidade da Modelagem Matemática para o ensino matemática nos Anos Iniciais?
Q5	Você utilizaria a Modelagem Matemática em suas aulas como metodologia para o ensino matemático?
Q6	De forma geral e com base na leitura realizada, o que você achou do guia informativo?
Q7	Comente o que desejar sobre o guia informativo – Modelagem Matemática: Uma alternativa para o ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Fonte: a própria autora

Na sequência vamos apresentar os dados coletados com o questionário de validação. As questões de 1 a 3 foram para identificar a formação acadêmica, fase de ensino e se o professor conhecia a Tendência Metodológica da MM. Já as questões de 4 a 7 foram para entender as percepções dos professores em relação

ao conteúdo apresentado no guia informativo. O questionário foi respondido por doze (12) professores (P1, P2, ... P12), e para referenciá-los nos próximos quadros utilizaremos a letra (P) acompanhada do número sequencial das respostas conforme retorno dos professores.

A seguir, o Quadro 10 traz as respostas das questões de 1 a 3 em relação à formação acadêmica do professor, à sua fase de atuação no momento e se já conheciam a Tendência Metodológica da MM. Na primeira linha temos a codificação das questões e nas linhas seguintes a resposta de cada professor.

Quadro 10 – Respostas do questionário de validação do produto educacional (Questões de 1 a 3)

	Q1	Q2	Q3
P1	Pedagogia e Letras/ Espanhol	Ensino Fundamental I	Não
P2	Pedagogia	Sala de recursos multifuncional no Ensino Fundamental	Não
P3	Pedagogia, com pós-graduação em Metodologia da Didática e Psicopedagogia. Cursando Letras/ Espanhol	No 2º ano do Ensino Fundamental (anos iniciais)	Não conhecia
P4	Pedagogia. Pós-graduanda em Psicopedagogia	Estou atuando no 5º ano do Ensino Fundamental	Não
P5	Pedagogia. Letras	Ensino Fundamental e Educação Especial	Não
P6	Matemática e Pedagogia	Ensino Fundamental I	Sim
P7	Licenciatura plena em Pedagogia com especialização em Psicopedagogia e Educação Especial. Licenciatura em História	Ensino Fundamental	Não conhecia e me interessei bastante pela Tendência
P8	Licenciatura em Matemática e Pedagogia	Ensino Fundamental	Conhecia de forma superficial, através de uma disciplina ministrada na faculdade
P9	Letras e Pedagogia. Especialização em Educação Especial e Psicopedagogia	Educação Infantil (maternal II)	Essa nomenclatura não. Embora, sempre gostei de trabalhar o concreto, a realidade dos alunos, mas não conhecia a Modelagem Matemática

P10	Matemática e Pedagogia e Bacharel em Serviço Social. Especializações <i>Latu Sensu</i> na área da Educação	Pedagoga e professora do Ensino Fundamental e Ensino Médio	Sim, por ter formação em Matemática e uma especialização também nessa área, já possuo algumas informações acerca desta tendência metodológica
P11	Pedagogia	2º Ano do Ensino Fundamental	Sim, porém, um breve conhecimento
P12	Licenciatura em Pedagogia, Mestre em Ensino de História	Direção Escolar do Ensino Fundamental I	Não, por mais que apliquemos alguns elementos em separado, a tendência em si não é muito difundida na Licenciatura em Pedagogia

Fonte: a própria autora (dados do questionário)

O Quadro 10 nos mostra na primeira questão (Q1) em relação à formação acadêmica, que os doze (12) professores possuem licenciatura em Pedagogia, sendo que nove (9) professores possuem outra graduação, sendo três (3) em Matemática, quatro (4) em Letras e dois (2) em História, dos quais seis (6) possuem especialização em alguma área da Educação. Na questão (Q2) em relação à atuação do professor, todos estão nos Anos Iniciais, sendo que apenas dois (2) estão atuando na gestão (pedagogo/diretor) e dez (10) estão diretamente em sala de aula. Já na questão (Q3), ao serem questionados se conheciam a Tendência Metodológica, apenas quatro (4) professores alegaram conhecer, e os demais oito (8) professores não conheciam a MM.

Na questão (Q4), em relação à viabilidade da MM, todos os professores alegaram ser uma metodologia que poderá contribuir muito com a alfabetização nos Anos Iniciais. O Quadro 6 a seguir mostra as respostas dos professores na íntegra. Na primeira linha tem-se a referência da questão e nas linhas seguintes a resposta de cada professor.

Quadro 11 – Respostas do questionário de validação do produto educacional (Questão 4)

	Q4
P1	O uso da modelagem matemática em sala de aula poderá auxiliar no ensino-aprendizagem, pois além da análise crítica problematizada nas situações-problemas, discute as questões sociais apresentadas nessas atividades de matemática.
P2	A proposta do guia informativo é muito interessante e com toda certeza precisamos aprender novas maneiras de transmitir os conteúdos aos alunos.
P3	Achei interessante partindo de situações-problemas reais e levando em conta a faixa etária e o nível de aprendizagem que os alunos se encontram, ao proporcionar algo que desperte o interesse deles fará com que aprendam de forma mais prazerosa e participativa.

P4	Acredito que seria viável e enriquecedor para os alunos e professores, ainda mais se fosse possível abranger a Educação Infantil e todas as séries do Ensino Fundamental 1, com apoio de todos os envolvidos na área.
P5	Achei uma proposta muito interessante, que pode contribuir no processo de ensino da Matemática, relacionando conteúdos curriculares à realidade dos educandos.
P6	Considero superviável, por trazer à tona a realidade do cotidiano e a matemática em sua prática real, na resolução de problemas reais.
P7	Acredito que a Modelagem Matemática seja mais um “caminho” de construção de conhecimentos para os Anos Iniciais.
P8	Como dito anteriormente, conhecia a MM somente em teorias. Acredito que conhecer os autores e as possíveis situações-problemas foi importante. Após leitura das atividades, pude perceber que é possível a aplicação da MM nos anos iniciais, desde que as aulas sejam planejadas. Exige organização, tempo, além de conhecimento do professor.
P9	É ótima. Pois permite ao aluno ser mais participativo, crítico, criativo para resolver situações do seu dia a dia, sem ficar reproduzindo respostas prontas.
P10	As informações trazidas pelo Guia Informativo deixaram claro que a Modelagem Matemática é viável de ser aplicada nesta etapa de ensino (a meu ver, preferencialmente, depois que os alunos já estiverem alfabetizados). Ela oportuniza que os estudantes tenham contato com processos que consideram situações-problemas, requerendo trilhar caminhos que os levam a desenvolver reflexões e um olhar crítico sobre toda a busca empreendida para apresentar uma resposta satisfatória. Também fica evidente que o professor, ao se propor a utilizar a Modelagem Matemática, está assumindo uma alternativa dinâmica, em que ele próprio passará por um processo que vai lhe exigir um olhar mais amplo, de modo a conduzir a autonomia dos estudantes no processo de busca por resultados.
P11	Através de embasamento teórico, contribuições positivas e claras, o Guia Informativo apresentou ao professor auxílio, favorecimento e viabilidade em trabalhar com a MM no processo de Ensino-Aprendizagem dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.
P12	Observa-se que o campo da MM traz um campo de fértil para o ensino matemático nos anos iniciais, propriamente para uma Alfabetização Matemática, ou dizendo Letramento Matemático, que propunha um redirecionamento nas práxis dentro processo do Ensino-Aprendizagem.

Fonte: a própria autora (dados do questionário)

Na sequência temos a questão (Q5), que traz o questionamento se o professor utilizaria esta Tendência Metodologia da MM em suas aulas. Praticamente todos os professores responderam que sim, utilizariam a MM em suas aulas. Os docentes ainda ressaltam que a MM é mais uma alternativa pedagógica, sendo uma importante ferramenta para o professor. E destacam que a MM colabora para a construção de conhecimentos progressivamente, contribui para aprendizagem do aluno e do professor, além de favorecer o desenvolvimento da autonomia por envolver o cotidiano do aluno. O Quadro 12 a seguir mostra as respostas dos professores na íntegra. Na primeira linha tem-se a referência da questão e nas linhas seguintes a resposta de cada professor.

Quadro 12 – Respostas do questionário de validação do produto educacional (Questão 5)

	Q5
--	-----------

P1	Sim.
P2	Sim.
P3	Sim, após inteirar-me mais sobre esta Tendência, achei muito interessante.
P4	Sim.
P5	Sim.
P6	Sim.
P7	Sim. Certamente. Gosto muitíssimo de possibilidades de trabalho que permitem aos/às estudantes a construção de uma trajetória de conhecimentos progressivos.
P8	Acredito que sim. Através dos exemplos pude perceber que em algumas aulas eu até já utilizava a MM, porém as atividades propostas não eram tão elaboradas e estruturadas com base nos autores mencionados.
P9	Com certeza. Lembrando que nós professores muitas vezes reproduzimos modelos que nos foram passados no passado, na época de formação. Por isso que nos sentimos inseguros, não preparados para a Modelagem Matemática. De acordo com o que foi lido, percebo que a MM só tem a contribuir para a aprendizagem não só do aluno, mas também do professor mediador.
P10	Entendo que a Modelagem Matemática é uma alternativa para favorecer o ensino e a aprendizagem da Matemática e, sendo assim, eu a utilizaria em alguma proposta previamente muito bem planejada, tendo clareza nos objetivos pretendidos de se alcançar com a turma.
P11	Sim. Reconheci como uma excelente ferramenta metodológica para as minhas aulas, ainda se tratando das inúmeras dificuldades apresentadas pelos alunos no cenário atual. Nada mais propício uma metodologia onde os alunos desenvolvem a autonomia, criatividade, e a comunicação onde ele próprio ajuda nessa construção.
P12	Sim, pois dentro do processo de Letramento matemático, ao propor a MM, podemos destacar a autonomia e iniciativa dada ao aluno, destacando uma superação de um ensino matemático que visa situações-problemas descontextualizadas do cotidiano escolar do aluno.

Fonte: a própria autora (dados do questionário)

Na questão seguinte (Q6) foi proposto que os professores colocassem suas opiniões em relação à leitura realizada do guia informativo. Cada professor externou sua visão, destacando alguns pontos, como a forma descrita no texto sobre a metodologia, expressando clareza para trabalhar com a MM, a exemplificação contextualizada, a forma abordada no guia com as propostas instigantes, e a quantidade de referenciais teóricos facilitando a compreensão para o leitor, dentre outros pontos, conforme expressos no Quadro 13 a seguir com as respostas dos professores na íntegra. Na primeira linha tem-se a referência da questão e nas linhas seguintes a resposta de cada professor.

Quadro 13 – Respostas do questionário de validação do produto educacional (Questão 6)

	Q6
--	-----------

P1	Como bem pontuado na apresentação do guia, há um número reduzido de pesquisa sobre a Modelagem Matemática, então enquanto professora da disciplina de Matemática, materiais e pesquisas que proporcionam associar a realidade do aluno com a prática da sala de aula, me auxiliará no planejamento das minhas aulas.
P2	O guia informativo apresentou com muita clareza a proposta do uso da metodologia da Modelagem matemática.
P3	Como não conhecia a MM, após a leitura consegui saber o que significa e já conseguindo ter uma noção de como trabalhar em sala de aula, pois ficou bem explicado como trabalhar, e que traz motivação aos alunos fazendo com que eles aprendam com a realidade. Sei que precisamos nos capacitar cada vez mais diante de algo novo, mas só com a leitura deste guia já consegui ter um suporte, uma ideia do que é a Modelagem Matemática.
P4	O guia nos traz conteúdos evidentes que nos ensinam que através da MM podemos aplicar diversas estratégias de ensino-aprendizagem e obtermos ótimos e pontuais resultados.
P5	Achei muito enriquecedor.
P6	Esclarecedor em toda sua estrutura e fundamentação teórica e as propostas bem instigantes.
P7	Gostei bastante do Guia Informativo. Achei que ele elucida bem as situações e procedimentos.
P8	O guia informativo é rico em referencial teórico, facilitando assim o entendimento sobre o assunto. Apresenta exemplos claros, simples e que podem ser trabalhados em sala de aula. Facilita muito a rotina diária do professor de Ensino Fundamental.
P9	O guia trouxe informações significativas e um modelo de ensino que deve ser colocado em prática, pois possibilita ao aluno uma participação ativa e também reflexões sobre suas ações. Dessa forma, eles se sentem valorizados e motivados para pensar, investigar, buscar. Sendo assim, a MM permite que os alunos sejam protagonistas na construção do conhecimento.
P10	Através da leitura do Guia Informativo é possível adquirir conhecimentos sobre a Modelagem Matemática e os ganhos que se pode atingir ao adotar essa metodologia para o desenvolvimento nas buscas de soluções a alguma situação-problema que possa se propor. Esclarece que o uso da Modelagem Matemática oportuniza que haja crescimento na capacidade crítica, autonomia de pensamento, criatividade, e interesse pela busca de respostas. O material ainda serve para nortear os professores, trazendo importantes informações sobre esta tendência e as possibilidades de sua utilização nos anos iniciais. Traz exemplos que contextualizam a teoria, contribuindo para a compreensão de como desenvolver tal abordagem em sala de aula.
P11	Através da leitura realizada sobre o Guia Informativo, gostaria de destacar que a MM se diferencia por demonstrar a formação de um ambiente propício aos estudos, FLEXIBILIDADE NO DECORRER DO APRENDIZADO e contextualização.
P12	O principal ponto positivo é a proposta de um itinerário com uma linguagem matemática muito pedagógica, direcionando tanto o aluno quanto o professor, na compreensão de processo tão complexo de ensino-aprendizagem.

Fonte: a própria autora (dados do questionário)

E como última questão (Q7) foi solicitado que os professores comentassem o que desejassem sobre o guia informativo. Os professores colocaram suas percepções de maneira ampla, levantando alguns pontos como: a importância de trabalhar o pensamento matemático, diversificar as metodologias de ensino, e buscar novas ferramentas e suportes didáticos para o ensino matemático, dentre outros pontos. E pelas respostas dos professores pode-se observar que os pontos levantados foram suscitados a partir da leitura do guia informativo, o que nos possibilita deduzir que o guia proporcionou uma reflexão positiva em relação à

utilização da Tendência Metodológica da MM. O Quadro 14 a seguir mostra as respostas dos professores na íntegra. Na primeira linha tem-se a referência da questão e nas linhas seguintes a resposta de cada professor.

Quadro 14 – Respostas do questionário de validação do produto educacional (Questão 7)

	Q7
P1	Só tenho que agradecer, por ter a oportunidade de avaliar um material tão rico para nossa prática docente. O guia apresentado foi bem elaborado, com uma linguagem científica acessível aos professores dos anos iniciais, traz uma boa fundamentação teórica, além de trazer exemplos de possíveis intervenções para nosso planejamento. Creio que meu olhar será outro, ao aplicar minhas atividades, principalmente nas situações-problemas, que a partir da Modelagem matemática permite-se trabalhar de forma interdisciplinar outras áreas do conhecimento, formando alunos mais críticos ao contextualizar sua prática social aos conceitos matemáticos.
P2	O guia informativo tem uma clareza e despertou em mim a curiosidade de estudar mais sobre o assunto e aplicar nos alunos que tem atendimento. É muito importante esse estudo, pois infelizmente a matemática não é aplicada como deveria nas séries iniciais, pois falta formação na área.
P3	Com este guia informativo consegui saber o que é a Modelagem Matemática, sendo que até então não tinha conhecimento. E saber que esta metodologia pode despertar o interesse dos alunos é ótimo. E ainda que podemos integrar a MM com outras áreas e utilizar da mesma motivação para que ocorra com mais facilidade o aprendizado, pois o aluno estará envolvido de forma ativa na construção do próprio conhecimento.
P4	Uma ótima proposta de ensino, que para obtermos resultados qualitativos precisaríamos de uma formação contínua onde envolvesse todos que trabalham na área de ensino direta ou indiretamente.
P5	Acredito que o Guia irá embasar muitos professores que atuam na área da Matemática através do conhecimento teórico e prático, tornando assim a aprendizagem mais significativa e prazerosa.
P6	O guia é uma inovação para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pois a matemática por muitas vezes é ensinada de forma abstrata com resoluções de problemas fora do contexto real dos estudantes.
P7	Gostei muito do Guia e ele contribui com reflexões sobre a situação de uma das salas que tenho nesse ano.
P8	O guia apresentado trouxe um embasamento teórico importante para o conhecimento e possível aplicação da MM em sala de aula. Apresenta exemplos possíveis de serem aplicados em qualquer ano, com diferentes turmas e contextos.
p9	Com a MM o aluno pode resolver situações reais do seu dia a dia, ensinando assim ser mais crítico, e principalmente a refletir sobre o caminho que ele percorre ou percorreu até chegar aos resultados, sem ficar reproduzindo respostas sem sentido que faz com que eles se sintam desmotivados.
P10	Parabenizo a autora e seu orientador pela iniciativa de produzir um material para o ensino de Matemática aos Anos Iniciais, já que esta etapa da educação básica requer que aconteçam as primeiras aproximações do conhecimento matemático nos alunos, levando-os a entender que o pensamento matemático não é estático, ao contrário, exige movimento, é dinâmico. Vejo que se trata de um ótimo material aos docentes, pois através do estudo do guia adquire-se mais segurança em adotar uma metodologia que pode diversificar o processo de ensino, instigando nos alunos a busca por soluções de situações-problemas.
P11	Gostaria de destacar, através da compreensão da leitura realizada (antes eu não possuía esse entendimento), que a MM é uma alternativa pedagógica, que se utiliza de uma abordagem por meio da matemática de uma situação, e que, não necessariamente, tenha a matemática envolvida.

P12	A linguagem do guia flui de forma satisfatória, pois traz à luz soluções para o ensino matemático nos anos iniciais, vale destacar a dificuldade de se ensinar matemática e outras disciplinas no processo de Alfabetização. Fazendo necessário a busca por ferramentas e suportes didáticos que favoreçam o processo de ensino-aprendizagem, e com certeza esse guia tende a fomentar esse processo.
-----	---

Fonte: a própria autora (dados do questionário)

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando a questão inicial desta investigação: Quais são os significados para MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental presentes nos artigos publicados no último quinquênio? Percebe-se que a busca pela resposta possibilitou reflexões e particularidades sobre a MM como uma Tendência que tende a contribuir para o ensino e aprendizagem matemática.

Os artigos selecionados para pesquisa do último quinquênio retratam uma visão positiva da utilização da MM, apresentaram discussões que fizeram compreender mais esta Tendência e sua aplicação nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A investigação mostrou um pouco de como a MM vem sendo utilizada nos Anos Iniciais, mostrando possibilidades de uso e aplicações junto aos estudantes de forma que enriquece a aprendizagem. O objetivo geral foi descrever o que os artigos publicados no último quinquênio trazem sobre MM nos Anos Iniciais.

Com as análises dos artigos, percebe-se que o processo de aprendizagem, desenvolvido por meio da Tendência da MM, conduz para uma aprendizagem diferenciada e com objetivos mais direcionados com a realidade dos alunos. E desta forma, o desenvolvimento de atividades de MM ajudam no desenvolvimento de habilidades e competências ligadas à socialidade dos estudantes.

Ao delimitar os objetivos da pesquisa foi possível destacar os significados para MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental presentes nas publicações do último quinquênio. Por meio da seleção das publicações em revistas da área de Educação Matemática, foi possível descrever as diversas definições de MM que as publicações adotam, definir categorias de análise a partir dos objetivos das publicações, destacando os resultados apontados nas pesquisas, e elaborar o produto educacional, um guia informativo sobre MM endereçado a professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Quando foram analisadas as produções científicas e selecionou-se os artigos para análise, já se deparou com um número bem reduzido de pesquisas voltadas para os Anos Iniciais, mostrando dois lados distintos, um da necessidade de mais pesquisas para esta fase de ensino e outro para uma reflexão sobre a própria essência da MM, dependendo da vertente que se segue, pode exigir uma maturidade maior dos alunos para trabalhar com essa Tendência.

Diante das análises destes artigos, ficou evidenciado que a MM pode e deve

ser trabalhada em qualquer fase de ensino, desde que seja adaptada e conduzida de forma coerente com a idade dos alunos. Dentre os artigos analisados, os maiores números de pesquisas estão concentrados no 4º e 5º ano dos Anos Iniciais. Porém, existem vários autores, como Biembengut (2007); Luna, Souza e Santiago (2009); Almeida, Silva e Vertuan (2012); Tortola (2012); Silva e Klüber (2012); Scheller *et al.* (2017) e Triguero (2020), que defendem o uso da MM em qualquer fase de ensino. Esses autores já desenvolveram pesquisas nos Anos Iniciais, mostrando que a MM possibilita a criança ter um envolvimento mais ativo e participativo durante o processo de aprendizagem, pois contribui com um ambiente problematizador, contextualizado e comunicativo.

No decorrer da pesquisa, ao destacar as diversas concepções da MM utilizadas nos artigos e verificar os referenciais utilizados, pode-se observar que os autores mais citados foram: Barbosa (2001a, 2001b); Tortola (2012, 2016); Luna, Souza e Santiago (2009); Bassanezi (2004, 2006); Almeida, Silva e Vertuan (2012); Tortola e Almeida (2014, 2016). Para estes autores, o processo da MM se dá por meio de etapas, o que torna o ensino e aprendizagem mais direcionado e pode proporcionar mais segurança para o professor desenvolver um estudo com a MM.

Ao refletir acerca dos objetivos indicados nos artigos, pode-se apontar três categorias de análises que evidenciaram alguns pontos que merecem destaque. Neste ponto observou-se os aspectos mais fortes destes artigos, conforme a análise da autora deste estudo. Entende-se que estas categorias poderiam ser expostas de outra forma, mas como todo estudo há necessidade de delimitar uma direção e segui-la. Assim, a definição a seguir foi com base na compreensão da autora da pesquisa durante as diversas leituras das publicações. Essas categorias emergiram como resultados das análises sobre a MM nas publicações dos artigos no último quinquênio.

A primeira categoria foi definida como as contribuições da MM para aprendizagem, e as análises evidenciaram a construção de um ambiente mais favorável para o ensino e aprendizagem, quando se utiliza a MM em sala de aula. Os artigos aqui separados indicam que o uso da MM proporcionou mais criatividade, autonomia, regulação discursiva, reflexão, associações com situações-problemas e aprendizagem significativa para os estudantes.

Na segunda categoria definida como as contribuições da MM na formação do professor e na prática pedagógica, evidenciou a relação da formação continuada

e a utilização da MM como uma metodologia que auxilia o processo de ensino e aprendizagem, no sentido de promover o repensar pedagógico, despertar o interesse dos alunos, por meio de reflexões sociais que potencializam debates e tomadas de decisões.

Desta forma, os artigos da segunda categoria proporcionaram uma reflexão e reavaliação da própria prática docente, oportunizando um ensino que promove o aprofundamento dos estudos por meio da autoavaliação e fortalecendo o trabalho do professor. Ainda, cabe ressaltar que estas ações valorizam as atividades dos alunos, promovendo de maneira crítica e contextualizada a participação dos estudantes, que passam a identificar progressivamente os conceitos matemáticos desenvolvidos. Aqui os artigos deixam claro que o professor precisa estar em constante formação e fazer sempre uma autoavaliação de suas aulas e se atualizar com novas metodologias.

Já na terceira categoria, a ênfase foi para o uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM. Os artigos desta categoria destacaram as distintas formas de representações que os trabalhos apresentaram. Esta variedade de formas motiva os alunos a buscarem novas maneiras de pensar e apresentar seus modelos, fortalecendo assim o uso de linguagens, representação e modelos matemáticos.

A definição dessas categorias é a representação do *corpus* da pesquisa, que foi extraído a partir das análises dos artigos publicados no extrato A do Qualis provisório da Capes. Entende-se que se a pesquisa fosse constituída de um *corpus* que abarcasse as publicações do extrato B desse Qualis e/ou dissertações e teses, o resultado dessa investigação poderia ser diferente deste. E se compreende que se fosse dilatado o intervalo de cinco anos, os resultados dessa pesquisa poderiam ser alterados.

Desta maneira, as discussões das três categorias citadas acima revelam a essência relatada nestes artigos e mostram um pouco da visão da MM presente nestas publicações. Assim, de forma ampla os artigos trazem que a MM pode ajudar a potencializar o ensino e aprendizagem matemática, gerando uma valorização do ambiente escolar e ações dos estudantes. Com isso, os alunos ficaram mais motivados e interessados pelos estudos, gerando assim uma aprendizagem significativa.

Por meio deste estudo foi gerado um produto educacional para os

professores, trazendo um pouco da fundamentação teórica sobre MM para que os professores conheçam o básico desta metodologia e queiram aplicá-la em sua prática pedagógica. O produto foi elaborado pensando nos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que não possuem formação específica em Matemática, para que assim conheçam a Tendência da MM e possam utilizá-la em sala de aula. A princípio a elaboração do produto teria uma aplicação de atividades de MM com os alunos, porém devido à situação pandêmica da Covid-19, infelizmente não foi possível elaborar uma prática diretamente com os alunos. Desta maneira, toda a pesquisa necessitou de adaptações, sendo finalizado seu escopo por meio de uma revisão de literatura.

O produto educacional foi elaborado em formato de guia informativo sobre a MM, dando enfoque para a definição dos autores Barbosa (2001a, 2001b), Tortola (2012, 2016) e Bassanezi (2004, 2006). Durante as análises dos artigos esses autores foram os mais citados nas publicações e por isso foram utilizados como principal referencial teórico para o guia. Desta maneira, o guia foi elaborado contendo a definição sobre MM e fornecendo os *links* dos artigos para que o professor possa ler toda obra na íntegra.

No decorrer da pesquisa também surgiram questões que não houve possibilidade de responder devido ao direcionamento central do estudo ser outro. E como o fundamento científico nunca se esgota, acredita-se que estas questões poderão servir de base para trabalhos futuros. Dentre estes pontos de questionamentos que merecem ser retomados e discutidos com maior profundidade, estão os seguintes: Por que é importante utilizar a MM desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Como utilizar a MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Como auxiliar a dificuldade dos professores em trabalhar com a MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Será que existe um referencial teórico mais apropriado para trabalhar com MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Como unir o currículo escolar e a MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Essas questões e outras poderiam ser discutidas futuramente, ampliando assim a reflexão sobre a MM nos Anos Iniciais, uma vez que a quantidade de pesquisas nesta área é pequena e carece de mais estudos.

A MM é uma Tendência que tem muito para ser explorada e merece ser aprofundada, principalmente quando se trata dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que é a base da Educação. E assim como definem os autores:

Almeida e Brito (2005); Almeida e Dias (2004); Almeida, Silva e Vertuan (2012); Tortola (2012); e Tortola e Almeida (2016), a MM é uma alternativa pedagógica que fornece mais uma oportunidade de o professor trabalhar de forma articulada com várias disciplinas e inovar seus métodos, oportunizando um avanço do trabalho profissional.

TABELA DE REFERÊNCIAS (CORPUS)

Codificação dos artigos analisados	Relação dos artigos selecionados sobre Modelagem Matemática no Ensino Fundamental, com destaque para os dez (10) artigos separados para análise, que formaram o corpus desta pesquisa
	ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da. A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática. Bolema [online] . 2017, vol.31, n.57, pp.202-219. ISSN 1980-4415. DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a10 .
	BARBOSA, F. H.; OLIVEIRA, P. C. A transição da Modelagem para Modelação no contexto de Ensino Médio. Revista de Educação Matemática , v. 16, n. 21, p. 119 - 134, 1 jan. 2019.
	CALDEIRA, A. D.; MAGNUS, M. C. M.; DUARTE, C. G. Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma legitimação do discurso curricular. Revista de Educação Matemática , v. 16, n. 21, p. 38 - 56, 1 jan. 2019.
	CAMPOS, A. C. F. SANT'ANA, M. de F. Modelagem Matemática na Licenciatura em matemática: um olhar sobre o texto produzido por um licenciando. Revista Paranaense de Educação Matemática. RPEM , Campo Mourão, PR, Brasil, v.09, n.19, p.330-358, jul.-out. 2020
	CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Obstáculos e Dificuldades Apresentados por Professores de Matemática Recém-Formados ao Utilizarem Modelagem Matemática em suas Aulas na Educação Básica. Bolema [online] . 2017, vol.31, n.58, pp.760-776. ISSN 1980-4415. DOI: https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n58a12 .
	COSTA, F. de A. Ensino matemática por meio da Modelagem Matemática. Ensino da Matemática em Debate, [S. l.] , v. 3, n. 1, 2016.
	DALTO, J. O.; SILVA, K. A. P. DA. Atividade de modelagem matemática como estratégia de avaliação da aprendizagem. Educação Matemática em Revista , n. 57, p. 34-45, 25 mar. 2018.
	FERREIRA, F. L., MAIA, M. L., MORAIS, S. M. P. de, SOUSA, F. W. de. Modelagem Matemática no ensino fundamental: estudo de funções 1º grau analisando contas de água e energia elétrica. Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática, RBECM , 2020, V. 3, n. 3, p. 890-915, 2020.DOI: https://doi.org/10.5335/rbecm.v3i3.10677 .
	FERREIRA, N. S.; ARAUJO JUNIOR, C. F. Contribuições da Modelagem Matemática para o desenvolvimento de ações de motivação e engajamento no Ensino Médio. Revista BOEM , Florianópolis, v. 8, n. 15, p. 37-56, 2020. DOI: 10.5965/2357724X08152020037.
	FERREIRA, P. E. A.; SILVA, K. A. P. da. Modelagem Matemática e uma Proposta de Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Bolema [online] . 2019, vol.33, n.65, pp.1233-1254. Epub 02-Dez-2019. ISSN 1980-4415. DOI: https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a13 .
	FORNER, R.; MALHEIROS, A. P. DOS S. Entre contextos opressivos e reguladores: a Modelagem como possível resistência à Cultura da Performatividade. Perspectivas da Educação Matemática , v. 12, n. 30, p. 538-558, 17 jan. 2020.

AT2	GIONGO, I. M.; KUHN, M. S. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta para o 5º ano. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas , [S.l.], v. 13, n. 25, p. 5-20, dez. 2016. ISSN 2317-5125. DOI: http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v13i25.2411 .
AT1	GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, M. de L. A Aprendizagem dos Números Racionais com Compreensão Envolvendo um Processo de Modelação Emergente. Bolema [online] . 2017, vol.31, n.57, pp.181-201. ISSN 1980-4415. DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a09 .
	KOLANCKO SETTI, E. J.; VERTUAN, R. E. A concepção de um Produto Educacional: do desenvolvimento de atividades em sala de aula à construção de um Blog de Modelagem Matemática. Revista BOEM , Florianópolis, v. 6, n. 10, p. 21-39, 2018. DOI: https://doi.org/10.5965/2357724X06102018021 .
	LEVY, L. F. O Cotidiano, o Científico e a Modelagem Matemática: Relações Complexas. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, JIEEM , 2018, v.11, n.2, p. 172-177, 2018 - DOI: https://doi.org/10.17921/2176-5634.2018v11n2p172-177
	MADRUGA, Z. E. de F. A modelagem (matemática) implícita nos fazeres de uma modista. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas , [S.l.], v. 13, n. 28, p. 38-50, dez. 2017. ISSN 2317-5125. DOI: http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v13i28.5239 .
	MAGNUS, M. C. M.; CALDEIRA, A. D. Espreitando a emergência da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Revista BOEM , Florianópolis, v. 8, n. 17, p. 17-33, 2020. DOI: https://doi.org/10.5965/2357724X08172020017 .
	MAGNUS, M. C. M.; CALDEIRA, A. D., DUARTE, C. G. Problematizando Enunciados no Discurso da Modelagem Matemática. Bolema [online] . 2016, vol.30, n.56, pp.1052-1069. ISSN 1980-4415. DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a11 .
AT10	MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. Zetetiké , Campinas, SP, v. 25, n. 2, p. 305–323, 2017. DOI: 10.20396/zet.v25i2.8648493.
	MESQUITA, M. N., CEOLIM, A. J. Modelagem Matemática: Abordagens na Educação Básica na Perspectiva da Educação. Revista Paranaense de Educação Matemática . 2017, v.6, n.12, p.281-305,jul.-dez. 2017.
	OLIVEIRA JÚNIOR, F. G. de; ROSA, C. C. da. Estímulos para o Processo de Aprendizagem: aproximação entre as pesquisas de Neurociências e as de Modelagem Matemática. Perspectivas da Educação Matemática , v. 13, n. 32, p. 1-26, 20 jul. 2020.
	PEREIRA, A., & MADRUGA, Z. Música e Modelagem Matemática: Representação de uma escala musical por meio de modelo matemático. Ensino da Matemática em Debate , 7(1), 1-25. 2020. DOI: https://doi.org/10.23925/2358-4122.2020v7i1p1-25

	PEREIRA, F. F.; DALTO, J. O.; SILVA, K. A. P. DA. Modelagem Matemática em sala de aula: convite a uma primeira experiência nos anos finais do Ensino Fundamental. Educação Matemática em Revista , v. 25, n. 67, p. 57-75, 30 jun. 2020. DOI: https://doi.org/10.37001/emr.v25i67.1761
	PESSOA DA SILVA, K. A.; MARIN PIRES, M. N.; SANDER, J. C. Pensando a Modelagem Matemática na Educação Infantil. Perspectivas da Educação Matemática , v. 13, n. 32, p. 1-23, 25 jul. 2020.
	PESSOA DA SILVA, K. Modelagem Matemática em Sala de Aula: Caracterização de um Ambiente Educacional. Revista Paranaense de Educação Matemática , América do Norte, 6, jul. 2017.
AT6	PIAIA, F.; SILVA, V. DA S. O Ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: sobre o uso da Modelagem Matemática. Revista de Educação Matemática , v. 16, n. 21, p. 88 - 100, 1 jan. 2019.
	RIBAS, M. C.; MARTINS, M. A. Contribuições da Modelagem Matemática como método de ensino para alunos surdos. Revista de Educação Matemática , v. 15, n. 20, p. 432 - 444, 1 set. 2018.
	RIBEIRO, R. M.; POWELL, A. B. Modelagem Matemática e formação de professores: uma discussão sobre o conhecimento matemático para o ensino. Revista de Educação Matemática , v. 16, n. 21, p. 5 - 17, 1 jan. 2019.
	SANTOS, E. R. DOS; TEIXEIRA, B. R. Uma proposta de aula com modelagem matemática para a Educação Básica. Educação Matemática em Revista , n. 57, p. 146-155, 25 mar. 2018.
AT3	SHELLER, M.; BONOTTO, D. DE L.; VIALI, L. Desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais por meio da Modelagem Matemática na Educação: possibilidade de utilização de linguagem simbólica. Perspectivas da Educação Matemática , v. 9, n. 21, 28 dez. 2016.
	SILVA, A. C. da, SEKI, J. T. P., SILVA, K. A. P. Antecipação e Encaminhamento de uma Atividade de Modelagem Matemática no Contexto de Aulas de Educação Financeira. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, JIEEM , 2020, v. 13, n. 1, p. 73-83, 2020. DOI: https://doi.org/10.17921/2176-5634.2020v13n1p73-83
	SILVA, R. M.; SILVA, K. A. P. Atividade de modelagem matemática com alunos em vulnerabilidade social: uma análise a partir dos diálogos. Educação Matemática em Revista , p. 88-100, 22 dez. 2019.
	SILVA, S. C.; MADRUGA, Z. E. DE F.; SILVA, F. DOS S. Modelagem Matemática como apoio ao ensino e aprendizagem de função quadrática. Revista de Educação Matemática , v. 16, n. 21, p. 101 - 118, 1 jan. 2019.
	SILVA, V. da S., BURAK, D. A formação matemática no curso de pedagogia: aprendizagens a partir da modelagem matemática. Cadernos de Pesquisa . 2017, v. 24, n. especial, set/dez. 2017. DOI: http://dx.doi.org/10.18764/2178-2229.v24nespecialp159-175 .
AT4	SOUZA, D. C. DE; DA ROSA, C. C. Modelagem Matemática: uma possibilidade para o ensino de matemática nos anos iniciais. Perspectivas da Educação Matemática , v. 9, n. 21, 28 dez. 2016.

	SOUZA, E. S. R. de; ROZAL, E. F. Instrução de modelagem de David Hestenes: uma proposta de ciclo de modelagem temático e discussões sobre alfabetização científica. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas , [S.l.], v. 12, n. 24, p. 99-115, jul. 2016. ISSN 2317-5125. DOI: http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v12i24.3668 .
AT8	TEODORO, F. P., KATO, L. A. Um olhar para regulação discursiva em uma prática de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. Revista Paranaense de Educação Matemática, RPEM , Campo Mourão, Pr, v.7, n.13,p.199-225,jan.-jun. 2018
AT5	TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. DE. A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. Perspectivas da Educação Matemática , v. 11, n. 25, 4 jun. 2018.
AT7	TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. W. de. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática. Revista Paranaense de Educação Matemática , América do Norte, 5 jul. 2016. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1227 . Acesso em: 12 jan. 2021.
	VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. de. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. Bolema [online] . 2016, vol.30, n.56, pp.1070-1091. ISSN 1980-4415. DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a12 .
AT9	ZANELLA, M. S. KATO, L. A. Um episódio com situações multiplicativas de isomorfismo de medidas em tarefas de Modelagem Matemática: Um estudo com alunos alemães do ensino fundamental. Revista Paranaense de Educação Matemática. RPEM , Campo Mourão, Pr, v.7, n.14, p.208-235,jul.-dez. 2018.

REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Martins Fontes. 2007.
Disponível em:
https://ead2.iff.edu.br/pluginfile.php/160169/mod_resource/content/1/Dicionário%20de%20Filosofia%20-%20Nicola%20Abbagnano.pdf. Acesso em: 04 out. 2021.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W. de; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, Bauru, v. 11, n. 3, p. 483-497, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W. de; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégias de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.
- BARBOSA, J. C. A dinâmica das discussões dos alunos no ambiente de modelagem matemática. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindoia. **Anais [...]**. Águas de Lindoia: SBEM. 2006. CD-ROM.
- BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a modelagem matemática. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004a, Recife. **Anais [...]**. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004a. p. 1-20. 1 CD-ROM.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2004b, Recife. **Anais [...]**. Recife, Universidade Federal de Pernambuco, 2004b.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: concepções e experiências de futuros professores. 2001a. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001a.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001b, Caxambu. **Anais [...]**. Caxambu: ANPED, 2001b. 1 CD-ROM.
- BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sociocrítica. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 2, p. 1-13, 2003.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução Luis Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática**. Blumenau: Editora da FURB, 1999. 134 p.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelling and applications in mathematics education – discussion document**. New York: Springer, 2007. p. 451-456.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed., 2ª impressão. São Paulo: Contexto, 2011.

BLUM, W. Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehre. *In: Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus für die Praxis* (Hrsg.: BÜCHTER, A. et al.). Franzbecker, Hildesheim, s. 8-23, 2006.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical modelling: can it be taught and learnt? *In: Journal of Mathematical Modeling and Application*, Blumenau, v. 1, n. 12, p. 45-58. 2009.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Área da matemática**. p. 265-295. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica>. Acesso em: 15 ago. 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. *Zetetiké*, [s. l.], v. 2, n. 2, p. 47-60, 1994.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. *In: EPMEM – Encontro Paranaense da Modelagem na Educação Matemática*, 1., 2004, Londrina. **Anais** [...]. Londrina, 2004.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado) – Unicamp, Campinas, 1992.

BURAK, D. Uma perspectiva de modelagem matemática e a aprendizagem da matemática. *In*: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (org.). **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Ed. UEPG, 2010. p.15-38.

CALDEIRA, A. D. A modelagem matemática e suas relações com o currículo. *In*: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CNMEM, 4., 2005, Feira de Santana. **Anais [...]**. Feira de Santana: UEFS, 2005. 1CD-ROM.

CALDEIRA, A. D. Etnomodelagem e suas relações com a Educação Matemática na Infância. *In*: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (org.).

Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Campinas: Summus, 1986.

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio. *In*: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 2003.

ENGLISH, L. D. Interdisciplinary modelling in the primary mathematics curriculum. *In*: WATSON, J.; BESWISCK, K. (Edsed.). **Mathematics: essential research, essential practice**. Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. MERGA, 2007.

ENGLISH, L. D.; WATTERS, J. J. Mathematical modelling in the Early school Years **Mathematics Education Research Journal**, [s. l.], v. 16, n. 3, p. 58-79, 2005.

FERRI, R. B. Insight into teacher's unconscious behavior while dealing with mathematical modeling problems and implications for teacher education. *In*: **Anais do Symposium on the Occasion of the 10 Anniversary of ICMI**. Roma: ICMI. 2008. p. 1-5.

FLICK, U. Pesquisa qualitativa: por que e como fazê-la. *In*: FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Tradução Joice Elias Costa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FRIZZARINI, S. T.; CARGNIN, C. **Prática de Ensino: Modelagem Matemática e Resolução de Problemas**. Maringá: UniCesumar, 2017.

GALVÃO, C. M.; SAWADA, N. O.; TREVIZAN, M. A. Revisão sistemática: recurso que proporciona a incorporação das evidências na prática da enfermagem. **Rev. Latino-Am. Enfermagem**, Ribeirão Preto, v. 12, n. 3, p. 549-556, jun. 2004. DOI: 10.1590/S0104-11692004000300014. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104. Acesso em: 10 jan. 2021.

GIONGO, I. M.; KUHN, M. S. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta para o 5º ano. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, [s. l.], v. 13, n. 25, p. 5-20, jul./dez. 2016. Disponível em: <https://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/2411>. Acesso em: 20 nov. 2020.

GODOY, A. S. Introdução à Pesquisa Qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, mar./abr. 1995.

GOMES, I. S. CAMINHA, I. de O. Guia para estudos de revisão sistemática: uma opção metodológica para as Ciências do Movimento Humano. **Movimento**, Porto Alegre, v. 20, n. 01, p. 395-411, jan./mar. 2014.

GOMES, J. C. S. P. Estudos de aula com atividades de modelagem matemática na formação de professores dos anos iniciais. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 21., 2017. Pelotas, RS. **Anais [...]**. Pelotas, RS: Universidade Federal de Pelotas. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/page/2/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, M. de L. A Aprendizagem dos Números Racionais com Compreensão Envolvendo um Processo de Modelação Emergente. **Bolema**, [s. l.], v. 31, n. 57, p. 181-201, abr. 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a09>. Acesso em: 13 jan. 2021.

KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática: revisando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, C. F., BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (org.). **Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações [on-line]**. 2. ed. rev. e en. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

LINDE, K., WILLICH, S. N. How objective are systematic reviews? Differences between reviews on complementary medicine. **Journal of the Royal Society of Medicine**, [s. l.], v. 96, n. 1, p. 17-22, 2003. Disponível em: <https://doi.org/10.1258/jrsm.96.1.17>. Acesso em: 20 fev. 2021.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o germen da criticidade. **ALEXANDRIA**, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Santa Catarina, n. 2, p. 135-157, 2009.

MADRUGA, Z. E. de F.; BREDÁ, A. Mapeamento de produções recentes sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 3, n. 1, p. 67-81, 2017. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1685>. Acesso em: 02 maio 2021.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 2, p. 305-323, maio/ago. 2017. DOI: 10.20396/zet.v25i2.8648493. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648493>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MEYER, J. F. da C. A. (JONI); CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. 3. ed. 2 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2018. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MIGUEL, J. C. Alfabetização Matemática: implicações pedagógicas. *In*: PINHO, S. Z. de; SAGLIETTI, J. R. C. (org.). **Núcleos de Ensino**. Ied. São Paulo: Cultura Acadêmica/Editora da UNESP, 2007, p. 414-429. v. 1.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática (DCEB)**. Curitiba: SEED/DEB-PR, 2008.

PASSOS, M. M. **O professor de matemática e sua formação**: análise de três décadas da produção bibliográfica em periódicos na área de Educação Matemática no Brasil. 2009. 328 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) – Unesp – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2009.

PEREIRA, E. **A Modelagem Matemática e suas implicações para o desenvolvimento da criatividade**. 2008. 104 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2008.

PIAIA, F.; SILVA, V. da S. O ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: sobre o uso da Modelagem Matemática. **Revista de Educação Matemática**, [s. l.], v. 16, n. 21, p. 88-100, jan./abr. 2019. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/210>. Acesso em: 23 dez. 2020.

PLATAFORMA SUCUPIRA. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/>. Acesso em: 20 jan. 2021.

SAMPAIO, R. F.; MANCINI, M. C. Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. **Rev. Bras. Fisioter.**, São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, jan./fev. 2007. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/rbfis/v11n1/12.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2021.

SANTOS, F. M. dos. Análise de conteúdo: a visão de Laurence Bardin. Resenha de: [BARDIN, L. Análise de conteúdo, São Paulo: Edições 70, 2011, 229 p.] **Revista de Educação**, São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n. 1, p. 378-393, maio 2012. Disponível em: <http://www.receduc.ufscar.br>. Acesso em: 10 mar. 2021.

SCHELLER, M.; BONOTTO, D. de L.; VIALI, L. Desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais por meio da modelagem matemática na educação: possibilidade de utilização de linguagem simbólica. **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 9, n. 21, dez. 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2205>. Acesso em: 10 jan. 2021.

SCHELLER, M. *et al.* Modelagem nos anos iniciais da educação básica: como os estudantes modelam situações-problema? **Ciênc. Educ.**, Bauru, v. 23, n. 1, p. 197-217, 2017.

SCHÜTZ, G. R.; SANT'ANA, A. S. S.; SANTOS, S. G. Política de periódicos nacionais em Educação Física para estudos de revisão sistemática. **Revista Brasileira de Cineantropometria do Desempenho Humano**, Santa Catarina, v. 13, n. 4, p. 313-319, 2011. DOI: 10.5007/1980-0037.2011v13n4p313. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbcdh/v13n4/11.pdf>. Acesso em: 13 maio 2021.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.

SILVEIRA, A. *et al.* A evolução da modelagem matemática ao longo da história, o surgimento da modelagem no Brasil e suas contribuições enquanto estratégia de ensino de matemática. **Anais do Congresso Iberoamericano de Educação Matemática** – CIBEM, versão de 28/07/2013.

SOUSA, R. **OCDE**; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/geografia/ocde.htm>. Acesso em: 06 abr. 2021.

SOUZA, D. C. de; DA ROSA, C. C. Modelagem matemática: uma possibilidade para o ensino de matemática nos anos iniciais. **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 9, n. 21, dez. 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2232>. Acesso em: 23 dez. 2020.

TEODORO, F. P.; KATO, L. A. Um olhar para a regulação discursiva em uma prática de modelagem matemática nos anos iniciais. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v. 7, n. 13, p. 199-225, jan./jun. 2018. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/archive>. Acesso em: 23 dez. 2020.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Londrina: UEL, 2016, 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. de. A formação matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 11, n. 25, 4 jun. 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3339>. Acesso em: 10 jan. 2021.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. W. de. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, América do Norte, 5 jul. 2016.

Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1227>.
Acesso em: 12 jan. 2021.

TRIGUERO, L. F. A articulação entre significados denotativos e conotativos mobilizados pela modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um estudo a luz da aprendizagem significativa. *In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 24., 2020, Cascavel. **Anais [...]**. Cascavel, PR: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus Cascavel, 2020. Disponível em: https://drive.google.com/drive/folders/1cVr6z7iOp57bm1W3tAKiyGFuJhdP_45m. Acesso em: 20 dez. 2020.

VILLA-OCHOA, J. A.; SOARES, M. R.; ALENCAR, E. S. A Modelagem Matemática nos Anos Iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações em periódicos (de 2009 a 2018). *Pesquisas ibero-americanas em Educação Matemática: formação de professores, ensino e aprendizagem. Educar em Revista*, Curitiba, Brasil, v. 35 n. 78, p. 47-64, nov./dez. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/0104-4060.68974>. Acesso em: 23 maio 2021.

ZANELLA, M. S.; KATO, L. A. Um episódio com situações multiplicativas de isomorfismo de medidas em tarefas de Modelagem Matemática: um estudo com alunos alemães do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v. 7, n. 14, p. 208-235, jul./nov. 2018. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/archive>. Acesso em: 23 dez. 2020.

APÊNDICE

Questionário para validação do produto educacional sobre o uso da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais no Ensino Fundamental da Educação Básica

- 1) Em qual fase de ensino você está atuando no momento?
- 2) Qual sua formação acadêmica?
- 3) Você já conhecia a Tendência Metodológica nomeada Modelagem Matemática?
- 4) A partir da leitura do guia informativo, o que você pensa sobre a viabilidade da Modelagem Matemática para o ensino matemático nos Anos Iniciais?
- 5) Você utilizaria a Modelagem Matemática em suas aulas como metodologia para o ensino matemático?
- 6) De forma geral e com base na leitura realizada, o que você achou do guia informativo?
- 7) Comente o que desejar sobre o guia informativo: **Modelagem Matemática:**
Uma alternativa para o ensino no Anos Iniciais do Ensino Fundamental

UENP

PPEd

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO BÁSICA**

ANDRÉIA PATROCÍNIO MARQUEZEPE

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ALTERNATIVA PARA O
ENSINO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ALTERNATIVA PARA O
ENSINO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
ANDRÉIA PATROCÍNIO MARQUEZEPE**

2021

Jacarezinho
2021

ANDRÉIA PATROCÍNIO MARQUEZEPE

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ALTERNATIVA PARA O
ENSINO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Norte da Paraná, como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de Concentração: Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. GEORGE FRANCISCO SANTIAGO MARTIN

Jacarezinho
2021

Ficha catalográfica elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

PM357m Patrocínio Marquezepe, Andréia
Modelagem Matemática: Uma alternativa para o ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental / Andréia Patrocínio Marquezepe; orientador George Francisco Santiago Martin - Jacarezinho, 2021.
46 p.

Produção Técnica Educacional (Mestrado Profissional em PPED) - Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2021.

1. Educação Básica. 2. Práticas Docentes. 3. Modelagem Matemática. 4. Anos Iniciais. 5. Educação Matemática. I. Francisco Santiago Martin, George, orient. II. Título.

LISTA DE FIGURAS E QUADROS REPRESENTATIVOS

Figura 1 –	Os casos de Modelagem Matemática.....	14
Figura 2 –	Diagrama de uma atividade de Modelagem Matemática.....	15
Figura 3 –	Esquema de uma Modelagem Matemática.....	17
Quadro 1 –	Relação das referências dos artigos analisados da categoria (A)	21
Quadro 2 –	Relação das referências dos artigos analisados da categoria (B)	23
Quadro 3 –	Relação das referências dos artigos analisados da categoria (C)	26

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	5
INTRODUÇÃO.....	7
1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	8
1.1 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?.....	8
1.2 POR QUE UTILIZAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS.....	10
1.3 COMO UTILIZAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS.....	13
2. ALGUNS RESULTADOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	20
2.1 (A) CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A APRENDIZAGEM.....	20
2.2 (B) CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR E DA PRÁTICA PEDAGÓGICA.....	22
2.3 (C) O USO DA LINGUAGEM SIMBÓLICA, MODELOS E CONCEITOS MATEMÁTICOS NA CONSTRUÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	26
3 EXEMPLOS DE POSSÍVEIS INTERVENÇÕES DURANTE AS ATIVIDADES.....	29
3.1 PRIMEIRO EXEMPLO.....	30
3.2 SEGUNDO EXEMPLO.....	34
3.3 TERCEIRO EXEMPLO.....	37
CONSIDERAÇÃO FINAIS.....	41
REFERÊNCIAS.....	42

APRESENTAÇÃO

Esta pesquisa procurou trazer os significados para Modelagem Matemática (MM) nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental presentes nos artigos publicados do último quinquênio, evidenciou-se vários pontos interessantes que podem colaborar no ensino e aprendizagem matemática. E este produto educacional representa o resultado da dissertação de Mestrado Profissional em Educação Básica da Universidade Estadual do Norte do Paraná – PPEd/UENP, *campus* Jacarezinho – PR.

A elaboração da dissertação, com o título “A Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar sobre as publicações em periódicos nos últimos cinco anos”, possibilitou descrever o que os artigos no último quinquênio trazem sobre a MM nos Anos Iniciais. Estes artigos retratam pontos interessantes para reflexão, apresentam algumas contribuições positivas para o ensino matemático por meio da MM, assim como relatam alguns desafios na utilização desta Tendência.

Dentre as contribuições positivas aponta-se para o desenvolvimento de habilidades, como a criatividade, a autonomia e a comunicação. As análises revelam que o uso da MM desperta um interesse maior dos alunos, já que contribui na formação de um ambiente problematizador que consegue associar o cotidiano do aluno com a prática da sala de aula. Desta maneira, contribui na busca de novas formas de pensar e assim pode apresentar diferentes modelos matemáticos.

As análises dos artigos também mostram alguns desafios, como: o número reduzido de pesquisas no assunto, a falta de formação dos docentes, a oposição inicial dos alunos frente a uma nova forma de estudo. No estudo de Giongo e Kuhn (2016) é relatada uma resistência inicial dos alunos ao trabalhar com a MM, mostrando também uma insegurança dos professores ao trabalhar com situações mais abertas. Para Piaia e Silva (2019, p. 98), um dos desafios é a atuação e formação do professor, que muitas vezes em sua graduação teve apenas um acesso rápido no curso sobre a Matemática, “[...] e pouco é tratado sobre as tendências metodológicas, como a Modelagem”.

Scheller, Bonotto e Viali (2016) em sua pesquisa analisaram como as práticas dos estudantes com as atividades de MM possibilitam linguagens simbólicas diferentes. Seus estudos apontam que “[...] a falta de capacitação do professor e sua

predisposição em trabalhar com atividades desafiadoras”, revelam uma limitação de abordagens que acaba por prejudicar o desenvolvimento das atividades de MM (SCHELLER, BONOTTO, VIALI, 2016, p. 718).

Com base no desafio apontado em alguns dos artigos sobre a falta de conhecimento do professor, o intuito deste produto educacional é apresentar uma fundamentação teórica sobre a MM, levando o professor dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a compreender melhor essa Tendência Metodológica e possivelmente aplicá-la em suas aulas. Entende-se que a formação do professor é fundamental para o desenvolvimento das atividades com êxito, “[...] a prática com a modelagem matemática, em função de sua dinâmica aberta, demanda uma atitude reflexiva, comprometida e ativa do professor” (MENDONÇA, LOPES, 2017, p. 321).

Assim, a intenção desse material é que sirva como apoio aos professores e possa ser uma fonte de formação inicial para o docente. E com isso o professor terá mais uma possibilidade metodológica para aplicar, que ajudará a motivar os alunos com uma participação mais ativa na construção de seus conhecimentos. O produto foi estruturado pensando nos docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que não possuem formação específica em Matemática, para que assim conheçam um pouco sobre a MM e possam replicá-la em sala de aula.

INTRODUÇÃO

Este guia informativo traz definições sobre MM, com destaque para as definições dos autores Barbosa (2001a, 2001b), Tortola (2012, 2016) e Bassanezi (2004, 2006), uma vez que eles foram os mais citados nos artigos que fazem parte desta pesquisa. Para Barbosa (2001a, 2001b), a MM é um processo que ocorre por meio de etapas e isso pode facilitar para o professor que deseja trabalhar pela primeira vez com esta Tendência. O guia traz o endereço eletrônico dos artigos analisados para que os professores possam consultar e ler esses artigos na íntegra.

O levantamento da pesquisa mostrou que a MM é uma alternativa pedagógica que pode ajudar o professor a motivar seus alunos e tornar suas aulas mais dinâmicas. Ficou evidente que a utilização da MM requer um preparo e planejamento do professor, uma vez que irá lidar com situações que fogem da sua rotina. Neste sentido é importante o docente compreender quais caminhos pode seguir e ter esse conhecimento teórico sobre o assunto.

Esse guia informativo será disponibilizado como apoio para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A forma de divulgação do material será por meio de cópias impressas e *on-line* (PDF) disponibilizadas para a rede de ensino dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que tiverem interesse. O material ficará disponível na forma *on-line* e poderá ser enviado por *e-mail*, ficando disponível na página do Programa de Pós-Graduação de Educação Básica (PPed/UENP).

O material será uma forma introdutória sobre o tema da MM para o professor que queira trabalhar com essa Tendência e ainda não a conhece. As propostas das atividades desenvolvidas nos artigos fornecem ideias e esclarecimentos para os professores trabalharem e desenvolverem novos trabalhos sobre o tema de MM. Os endereços eletrônicos dos artigos pesquisados seguem de acordo com as categorias de análises estruturadas na dissertação, sendo um complemento de leitura para o professor. Espera-se que a leitura contribua na formação dos docentes, que terão a possibilidade de ler a teoria e prática desenvolvida nas pesquisas. Caso o professor queira ver mais exemplos, poderá ler outros artigos nos periódicos para complementar sua formação.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?

A MM tem várias concepções e olhares diferentes, neste guia iremos citar umas definições, apresentando alguns conceitos, dando prioridade aos autores mais citados nos artigos pesquisados. De forma geral, todas as definições valorizam o contexto social do aluno e partem do levantamento de questões acerca do cotidiano dos estudantes (PARANÁ, 2008).

Para Biembengut e Hein (2005, p. 7), a MM é “[...] arte de expressar por intermédio da linguagem matemática situações-problemas de nosso meio [...]”. Para estes autores

A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p.13).

Desta forma, a MM contribui para despertar o interesse dos alunos por envolver situações de outras áreas que colaboram na elaboração de situações-problemas que ajudam no desenvolvimento do senso crítico. Esses autores consideram que a

Modelagem Matemática é um processo que envolve a obtenção de um modelo. [...] para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 12).

Neste sentido, esses autores vão definir a modelagem como a “[...] arte de modelar, que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento” (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p.11).

Já na interpretação de Burak (1992), a MM não necessita da construção de um modelo, pode simplesmente ser representada por: fórmulas, lista de preços, equações já conhecidas, diagramas, plantas de casa, dentre outras.

Outra interpretação é do autor Bassanezi (2002), que conceitua a MM como uma metodologia de mudança dos eventos atuais em problemas matemáticos, esta

busca irá trazer uma tomada de decisões estreitando a comunicação dos indivíduos. Desta forma, para Bassanezi (2002, p. 24), a “Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos”.

Segundo Barbosa (2001a), a modelagem parte do pressuposto de fazer com que os alunos entendam a matemática no seu contexto social. Desta forma, o autor se apoia na diversidade dos contextos por meio da modelagem, que possibilitam variados encaminhamentos, sem a definição prévia de procedimentos, pois as análises acontecem conforme os alunos fazem as atividades.

Neste sentido, uma atividade de MM possibilita e desafia a criticidade dos estudantes nas aplicações da matemática. Assim estabelece o interesse nos alunos pensarem como cidadãos diante da sociedade, possibilitando contribuições mais críticas na finalidade dos conteúdos matemáticos. Com isso, qualquer representação matemática pode ser considerada como um modelo matemático, já que podem configurar uma definição matemática (TORTOLA, 2012).

Para Barbosa (2004, 2006), a MM é configurada pelo desenvolvimento de um modelo matemático e as atividades podem seguir três tipos diferentes, que o autor vai chamar de casos, sendo: o caso 1, quando o docente traz a situação-problema produzida e apresenta aos estudantes as informações essenciais para encontrar a resolução; caso 2, o professor traz para a sala um problema de outra área e os alunos são responsáveis pela procura dos conhecimentos; e caso 3, todo desenvolvimento é elaborado pelo aluno, eles vão formular e resolver as situações-problemas.

Segundo Almeida e Brito (2005), Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2012), Tortola (2012), e Tortola e Almeida (2016), a MM é uma alternativa pedagógica, que se utiliza de uma abordagem por meio da matemática de uma situação que não necessariamente tenha a matemática envolvida.

Na visão de Almeida e Brito (2005) e Almeida e Dias (2004), a prática matemática por meio da MM passa a ser compreendida como uma possibilidade pedagógica que associa os acontecimentos atuais com a matemática. Assim, Tortola e Almeida (2016) lembram que estas situações vivenciadas, quando são trabalhadas e interpretadas pela ação da MM, proporciona uma compreensão maior da linguagem matemática para o aluno.

Segundo a visão de Almeida, Silva e Vertuan (2012), as etapas da MM não necessariamente seguem uma ordem e consistem das dificuldades de cada

atividade, sendo elas: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. E nesta concepção os autores consideram três momentos de familiarização com a MM. No primeiro e segundo momento os dados são disponibilizados pelo docente que dá uma contribuição maior para o estudante, já no terceiro momento todo o processamento é feito pelos alunos. Assim, os estudantes desenvolvem uma independência maior (TORTOLA, 2012).

1.2 POR QUE UTILIZAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

As pesquisas sobre MM com foco nos Anos Iniciais são recentes, e não se tem muitas publicações de pesquisas nesta fase de ensino. Há mais pesquisas nos Anos Finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e Ensino Superior.

O estudo de Burak (1992) foi uma das primeiras publicações no Brasil sobre MM nos Anos Iniciais, o autor traz experiências realizadas com professores de um curso de especialização. A pesquisa deste autor foi com professores do 2º e 4º ano do Ensino Fundamental, e traz várias experiências dos professores no desenvolvimento das atividades durante o curso. Além das pesquisas de Burak (1992), foram surgindo mais autores que voltaram seus estudos para os Anos Iniciais, como o pesquisador Caldeira (2007), que fez sua pesquisa com estudantes do 3º e 4º ano, fazendo a construção de uma horta e compartilhando assim sua experiência. No trabalho de Caldeira (2007), as atividades apontaram para o reconhecimento de saberes por meio da linguagem matemática específica do estudante, destacando um ponto importante no processo de MM.

Um dos pontos destacados nos estudos de Burak (1994) cita que a MM nos Anos Iniciais contribui para formar conceitos e ideias matemáticas junto com os alunos. A MM pode ampliar as competências matemáticas, facilitando a resolução de problemas à medida que desenvolve atividades ligadas a situações reais (BURAK, 1994; ZANELLA; KATO, 2018).

Para Luna, Souza e Santiago (2009), a matemática dentro da fase dos Anos Iniciais necessita da valorização de metodologias que partem da problematização, possibilitando ao estudante criar conexões do conceito escolar com a realidade do aluno, de forma a proporcionar um apoio para o crescimento amplo do sujeito. As suas pesquisas demonstram uma criticidade na criação dos modelos matemáticos quando os alunos resolvem uma atividade utilizando a MM.

Desta maneira, a MM vai tomando espaço dentro da fase de ensino dos Anos Iniciais “[...] e promove a ruptura com um ensino descontextualizado, ou seja, distante da realidade das crianças” (JOCOSKI, 2020, p. 21). Nesta fase de ensino é muito importante a preocupação com a formação de conceitos pelos estudantes, neste ponto a Tendência da MM pode auxiliar o estudante a desenvolver as habilidades matemáticas, deixando-os eficientes na resolução de problemas, favorecendo com o desenvolvimento da criticidade (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009).

Segundo Tortola (2012) e Tortola e Almeida (2016), a MM é compreendida como uma alternativa pedagógica que considera as práticas de ensino e aprendizagem matemática e propicia à criança um envolvimento dinâmico durante a evolução de aprendizagem. Os autores reforçam que trabalhar exercícios de MM desde a primeira infância pode contribuir com a extensão de habilidades nos alunos como: autonomia, maturidade e criatividade.

Para Scheller *et al.* (2017), o ensino por meio da MM nos Anos Iniciais incentiva os estudantes a construir inferências em cima de modelos matemáticos, ultrapassando as capacidades matemáticas requeridas nessa etapa de ensino. Biembengut (2007) destaca em sua pesquisa que as atividades nos Anos Iniciais possibilitaram o desdobramento de conteúdos matemáticos, facilitando a interpretação matemática dos alunos. Esse desenvolvimento também foi observado no estudo de English e Watters (2005), os quais mostraram resultados matemáticos.

Desta forma, a MM promove uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos, por desenvolver situações de investigação, que proporciona a criatividade (TRIGUERO, 2020). Essa criatividade no processo da MM é lembrada por diversos autores (TORTOLA; ALMEIDA, 2016; SCHELLER; BONOTTO; VIALI, 2016; SOUZA; ROZA, 2016; PALMA, 2017; GOMES, 2017; MARTIN, 2017; TEODORO; KATO, 2018; MENDONÇA; LOPES, 2017; MARTON, 2020; DUARTE, 2020) e para os Anos Iniciais isso contribui bastante para os alunos. E as atitudes criativas sempre são exigidas no decorrer da vida do indivíduo, e na Educação é uma habilidade que necessita ser trabalhada, de maneira que contribua com o desdobramento de novas ideias (PEREIRA, 2008).

Silva e Klüber (2012) destacam que o uso da MM nos Anos Iniciais proporciona um ensino problematizador, o que possibilita ao professor mais discussão, investigação e opera de maneira interdisciplinar com os estudantes. Para

Miguel (2007, p. 415), o ensino deve procurar “[...] na contextualização, na historicização do pensamento matemático, na comunicação e na interdisciplinaridade [...]”, através de uma educação que proporcione o conhecimento matemático para os estudantes, circundando as demais áreas de conhecimento.

Para Tortola (2016), o entendimento matemático precisa levar em conta as peculiaridades de cada fase de ensino. E no caso dos Anos Iniciais a preocupação maior com a ludicidade deve ser prioridade, pois isso favorece a aprendizagem, a simbologia matemática vai ter qualidades determinadas nas exemplificações dos modelos dos estudantes, de acordo com o vocabulário de cada fase de ensino, levando em consideração os distintos fatos e situações de uso (TORTOLA, ALMEIDA, 2018). Devido à forma dinâmica e interdisciplinar da MM, o estudante terá um ensino mais atrativo e concreto, isso vai enriquecer as trocas de ideias. Os estudantes permanecem mais engajados para estudar a matemática, e isso contribui para auxiliar a criticidade. A MM torna os estudantes protagonistas e estimula o pensamento, proporciona motivação, possibilitando alcançar os resultados (PIAIA; SILVA, 2019).

Segundo Tortola e Almeida (2016), mesmo os estudantes dos Anos Iniciais conhecendo pouco da matemática, eles trazem consigo informações matemáticas e através da pesquisa conseguiram aprofundar essas informações. O autor English (2007) faz um resumo para defender e justificar a importância da MM no processo de ensino matemático, e assim define os seguintes argumentos:

- 1) Proporciona a criatividade e incrementa atitudes de resolução de problemas;
- 2) Forma, fortalece e considera um potencial crítico para a utilização da matemática em situações fora do contexto matemático;
- 3) Planeja os alunos para realizar aplicações e modelagem, seja na atualidade ou futuramente;
- 4) Determina uma imagem de matemática equilibrada e representativa, em vinculação às suas qualidades e função no mundo;
- 5) Pondera a aquisição e percepção de conceitos, noções e procedimentos matemáticos.

Com uso da MM nas fases iniciais do Ensino Fundamental, aumenta-se as possibilidades de abordagens e possibilita grandes resultados. Segundo Biembengut e Hein (2011), a modelagem matemática se define com uma arte, que ajuda na

formulação, resolução e elaboração de expressões de uma solução particular que utiliza como suporte outras aplicações e teorias.

Desta maneira, a MM vai ajudar a despertar o interesse dos alunos ajudando na elaboração de situações-problemas que despertam o senso crítico. E neste processo tem-se a confecção de um modelo matemático, que vai expressar por meio da matemática algo real de forma concreta, podendo ser: “[...] expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 12).

A MM vista como uma alternativa pedagógica para as ações docentes, propicia ao aluno uma atuação ativa no seu conjunto de aprendizagens, por ser uma forma dinâmica, problematizadora e investigativa, conforme é destacado por Tortola (2012).

1.3 COMO UTILIZAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Para Barbosa (2004, 2006), a MM é representada pelo sistema de produção de um modelo matemático e as tarefas podem seguir três tipos distintos. O ambiente de aprendizagem pode configurar-se por meio de situações de outras áreas, correspondem a possibilidades sem ter limites claros, uma vez que parte dos próprios alunos.

O autor defende a utilização da MM pelo processo de etapas, nas quais ele chama de casos. No caso 1, o professor traz a situação-problema pronta e fornece aos alunos os dados necessários para encontrar a solução. Trata-se de uma problematização já elaborada, por meio de informações, seja qualitativa ou quantitativa, o estudante vai desenvolver a investigação da situação-problema.

No caso 2, o professor apresenta um problema de uma área diversa e os estudantes são responsáveis pela busca de informações, a coleta de dados não está pronta, é feita durante o processo de investigação. E por fim, no caso 3, todo processo é elaborado pelos alunos, que formulam e resolvem as situações problemáticas. Portanto, neste último caso, os alunos definem um tema gerador, coletam as informações, formulam e resolvem os problemas.

Na Figura 1 a seguir, Barbosa (2004) representa a responsabilidade do professor e do aluno durante os três (3) casos citados anteriormente. A MM permite

uma flexibilidade nos diversos contextos escolares, garantindo uma perspectiva crítica durante seu processo.

Figura 1 – Os casos de Modelagem Matemática

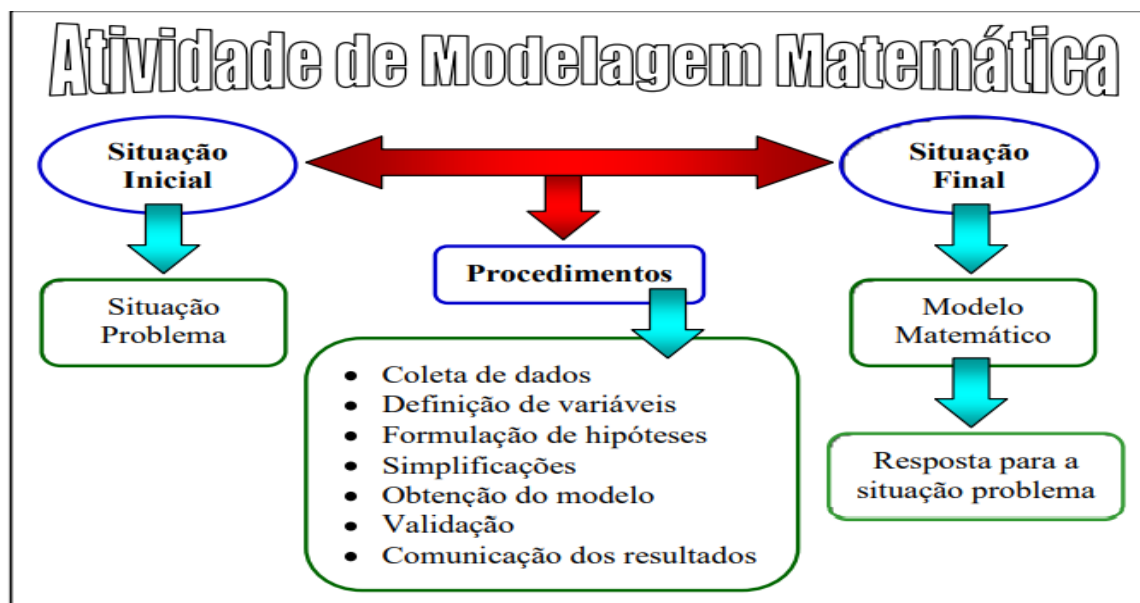
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004, p. 7)

Esta forma de apresentar MM aos alunos também é expressa por Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Tortola (2012), os quais chamam as etapas de momentos. No primeiro momento o professor fornece todos os dados para os alunos, no segundo momento é fornecida parte das informações e o estudante precisa buscar os conhecimentos, e por último todo processo é feito pelo aluno, o professor apenas auxilia o processo.

A Figura a seguir demonstra a organização de uma atividade de MM, os procedimentos são organizados em quatro (4) fases, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Figura 2 – Diagrama de uma atividade de Modelagem Matemática



Fonte: Tortola (2012, p. 27)

O processo de MM nesta visão segue com quatro (4) fases: inteiração (reconhecimento da situação-problema e familiarização); matematização (formulação do problema, hipóteses e resolução do problema); resolução (tentativas de chegar a uma solução); e a interpretação dos resultados e validação (chegando ao modelo matemático, ocorre a interpretação da solução e validação do modelo e avaliação).

Seguindo o diagrama apresentado na Figura 1, a primeira fase é a inteiração, fase em que os alunos buscam a situação-problema e se familiarizam com o tema que será investigado. Em seguida, a matematização, processo em que acontece a transição da linguagem natural para a matemática com a formulação de hipóteses, simplificações e representações matemáticas. Na sequência vem a resolução, na qual será produzido o modelo, com isso a última etapa da interpretação dos resultados e validação, ocorrendo uma análise dos resultados que irá validar ou não o modelo matemático escolhido, e caso haja necessidade deve-se retomar o processo no início da matematização (TORTOLA, 2012).

Machado (2010) apresenta a MM a um grupo de docentes dos Anos Iniciais em uma formação continuada, cujo objetivo é identificar as percepções da modelagem destes educadores. A autora utiliza a proposta de MM por meio das etapas de Barbosa (2001b), e dentre os resultados constatou-se que várias educadoras faziam uso de práticas diferenciadas, sendo observado posturas construtivistas e outras reprodutivistas. As análises apontam que a MM causou

difficuldade e insegurança aos professores no primeiro momento, sendo propostos para superação dessas dificuldades cursos de formação continuada (MACHADO, 2010). No entanto, as análises também revelam que algumas professoras sentiram desejo de prosseguir usando a MM, a autora destaca que a proposta da MM nos Anos Iniciais pode preencher lacunas de estudos, uma vez que contribui com a formação do pensamento dos alunos (MACHADO, 2010).

Na investigação de Machado (2010) é proposta uma sequência didática aos professores, nesta sequência propõe-se o uso da MM na perspectiva de Barbosa (2001a), em que no primeiro momento apresenta-se um modelo para orientar os estudantes fornecendo as informações, depois fornece-se nova problematização e deixa os alunos buscarem as informações para resolução. E por fim, no último momento, a problemática parte dos alunos, assim como todo processo de resolução ocorre por meio da pesquisa dos próprios estudantes.

Na dissertação de Kaviatkovski (2012) também se aborda o contexto da formação continuada, e os resultados da pesquisa indicam contribuições no processo de ensino matemático, sendo que os docentes retrataram diversas perspectivas em relação ao uso da MM. Como perspectivas apresentam a preocupação excessiva com a confecção de um modelo e a utilização como metodologia de ensino que facilita o desenvolvimento do processo de ensino, dentre outras (KAVIATKOVSKI, 2012). A autora propõe a utilização das etapas de Burak (1992): escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução e desenvolvimento dos problemas; e análise crítica das soluções.

Nas investigações de Machado (2012) e Kaviatkovski (2012), as autoras partem de propostas diferentes para trabalhar com a MM, entretanto ambas são propostas apresentadas em formações continuadas, que indicam caminhos no intuito de fortalecer e melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

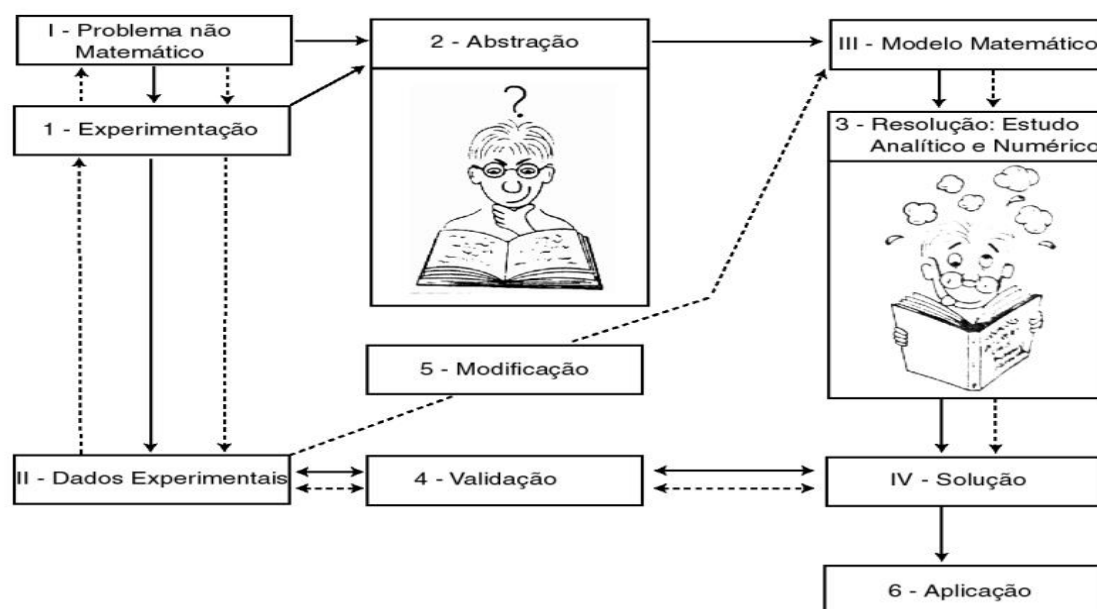
Neste sentido, Barbosa (2001a) vai colocar que as atividades de MM favorecem a indagação e questionamento por meio das situações reais e isso facilita o processo de ensino e aprendizagem. Para Barbosa (2004), a MM está associada a problematização, investigação e algumas condições são colocadas como essenciais pelo autor. A questão do ato de criar perguntas, a busca e seleção de informações e a reflexão sobre elas. Essas questões que vão levar à reflexão e atingir o conhecimento. Na MM os alunos são chamados a usarem suas ideias, conceitos matemáticos para aplicá-los. Desta maneira, novas ideias surgem e os alunos

conseguem relacionar a teoria com sua realidade diária (BARBOSA, 2004).

Para Burak (1992), a MM possibilita um ensino e aprendizagem mais significativa, uma vez que possibilita uma articulação entre as situações da realidade dos alunos. Para o autor, o processo ocorre considerando cinco etapas. Primeiro é com a escolha do tema, identificando o assunto que será problematizado, em seguida vem a pesquisa exploratória, que possibilita a junção dos dados e informações. Neste ponto tem-se o levantamento do problema, identificando as limitações da problemática para focar na resolução e análise das soluções. A MM possibilita a criação da autonomia no estudante, uma vez que proporciona mais criticidade e independência ao aluno. Pode-se observar que o processo vai garantir ao aluno analisar, formular hipóteses, perguntar e tomar decisões durante a proposta de atividades.

Já na definição de Bassanezi (2004), o processo da MM pode ser aplicado seguindo as etapas: 1) Experimentação; 2) Abstração; 3) Resolução; 4) Validação; 5) Modificação, conforme expressa a Figura abaixo:

Figura 3 – Esquema de uma modelagem



Fonte: Bassanezi (2002, p. 27)

A figura apresentada anteriormente mostra o percurso de desenvolvimento das atividades na visão de Bassanezi (2002, p. 27), “[...] as setas contínuas indicam a primeira aproximação”, a procura do modelo matemático para descrever o

problema que será estudado e que “[...] torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas”.

– A primeira etapa é a experimentação, ou seja, a obtenção de dados, as técnicas que serão adotadas, quais os parâmetros para buscar as informações envolvidos nos modelos matemáticos.

– A segunda etapa é a abstração, “[...] procedimento que deve levar a formulação dos Modelos Matemáticos”, aqui vai ocorrer: a seleção das variáveis (estabelecendo os conceitos que serão definidos); a problematização (a formulação do problema em forma de enunciado, constitui-se a pergunta em relação ao que se procura responder); a formulação de hipóteses (deduzir as possíveis ocorrências que irão surgir, quais conceitos serão necessários, a observação, a comparação dos estudos, a dedução lógica etc.); a simplificação (separa-se e direciona o foco do estudo, separando as informações básicas necessárias para resolução) (BASSANEZI, 2002, p. 29).

– Na terceira etapa acontece a resolução, aqui o modelo matemático vai substituir a linguagem natural pela linguagem matemática. Na resolução utiliza-se os modelos viabilizados e desenvolve-se as técnicas necessárias.

– Na quarta etapa ocorre a validação, em que se utiliza as hipóteses para validar os modelos, tem-se a interpretação dos resultados obtidos, testa-se os resultados, avalia-se os modelos e necessidade de aprimorá-los.

– Na quinta etapa acontece a modificação, os modelos podem não corresponder à necessidade de resolução do problema, desta forma, será preciso rever todo processo anterior. Nesta fase tem-se a rejeição ou aceitação dos modelos, deve-se atentar para falsos pressupostos, para as informações geradas, as hipóteses testadas, enfim, analisa-se todo desenvolvimento matemático formal e finaliza-se com a aplicação.

Para Bassanezi (2002, p. 31),

A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. [...] Um modelo parcial pode atender às necessidades imediatas de um pesquisador, mesmo que não comporte todas as variáveis que influenciam na dinâmica do fenômeno estudado.

Desta maneira, Bassanezi (2002, p. 32) estrutura as formas de como o

professor deve compreender o processo de desenvolvimento da MM por meio dos cinco passos sugeridos, os quais vão contribuir com o aluno “[...] na atitude de se pensar e fazer matemática”. Este pensar matemático proporciona uma construção de conhecimento que supera desafios reais da sociedade de forma prática e concreta para o estudante, contribuindo com sua criticidade e diversas habilidades.

Segundo Gomes (2018, p. 18), o grande desafio de ser professor atualmente é justamente “[...] oportunizar ao aluno a compreensão de seu papel na sociedade, ou seja, destacar tanto papel ativo e transformador de sua realidade, como destacar a importância da matemática no seu dia a dia”. Desta forma há a necessidade de utilizar novas formas de ensinar, novas experiências aos estudantes, e a MM surge como uma experiência que apresenta possibilidades e desafios ao processo de ensino e aprendizagem que tende a auxiliar a Educação (GOMES, 2018).

Para Luna, Souza e Santiago (2009, p. 140), em um ambiente de ensino com a MM há mobilização dos conhecimentos através dos debates, e isso amplia “[...] os vocabulários matemáticos, os pensamentos e as ações matemáticas das crianças”. As autoras ressaltam que a criticidade dos alunos melhora, à medida que os alunos desenvolvem as atividades e reconhecem a presença da matemática na sociedade. Assim os estudantes começam a desenvolver argumentos concretos sobre a matemática.

2 ALGUNS RESULTADOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Diante das análises dos artigos dessa pesquisa foi possível identificar os sentidos que a MM vem sendo abordada nas publicações de periódicos no último quinquênio. Dessas análises emergiram três (3) categorias: 1) (A) contribuições da MM para a aprendizagem; (B) contribuições da MM na formação do professor e da prática pedagógica; e (C) o uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM. A seguir serão expostas as análises dessas categorias, conforme a percepção da pesquisadora.

Ao definir essas categorias pode-se observar que a MM oportuniza uma forma de aprendizagem positiva, o que facilita a aquisição do conhecimento e assim tem-se o desenvolvimento de habilidades, como criticidade, criatividade, autonomia, dentre outras. Essa definição das categorias foi com base no conhecimento desta pesquisadora e a partir das análises dos artigos publicados no extrato A do Qualis provisório da Capes. Compreende-se que se a pesquisa fosse constituída de um *corpus* que abarcasse as publicações do extrato B desse Qualis e/ou dissertações e teses, o resultado dessa investigação poderia ser diferente destes. E se fosse dilatado o intervalo de cinco anos, os resultados dessa pesquisa poderiam ser alterados.

Na categoria (A) contribuições da MM para a aprendizagem, evidencia-se a construção de um ambiente mais favorável aos estudos, desenvolvendo habilidades como a criatividade, a autonomia e a regulação discursiva. Na categoria (B) contribuições da MM na formação do professor e da prática pedagógica, ressaltam a importância da formação continuada para o professor, sendo uma oportunidade para inserir novas metodologias, fortalecendo o trabalho docente e potencializando o vínculo educacional do ensino e aprendizagem. E na categoria (C) o uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM, percebe-se que o uso de distintas representações proporciona novas formas de pensar e apresentar modelos.

2.1 (A) CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A APRENDIZAGEM

Nesta categoria (A) contribuições da MM para a aprendizagem, evidencia-se a construção de um ambiente mais favorável aos estudos, desenvolvendo

habilidades como a criatividade, a autonomia e a regulação discursiva. Os artigos apresentam como a MM se mostra um ambiente favorável para aprendizagem. Esta categoria conta com dois artigos e recomenda-se a leitura do artigo para melhor compreender as aplicações desses autores.

O Quadro 1 a seguir mostra as referências dos artigos analisados da categoria (A), juntamente com o endereço eletrônico para aprofundar a leitura e acessar o conteúdo dos artigos na íntegra. Os artigos estão organizados em ordem cronológica de publicação.

Quadro 1 – Relação das referências dos artigos analisados da categoria (A)

Categoria de análise	Referências dos artigos
(A) Contribuições da MM para aprendizagem	GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, M. de L. A Aprendizagem dos Números Racionais com Compreensão Envolvendo um Processo de Modelação Emergente. Bolema , [s. l.], v. 31, n. 57, p. 181-201. Abr. 2017. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a09 . Acesso em: 13 jan. 2021.
	TEODORO, F. P.; KATO, L. A. Um olhar para a regulação discursiva em uma prática de modelagem matemática nos anos iniciais. Revista Paranaense de Educação Matemática , Campo Mourão, PR, v. 7, n. 13, p. 199-225, jan./jun. 2018. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/archive . Acesso em: 23 dez. 2020.

Fonte: a própria autora

No artigo de Guerreiro e Serrazina (2017), o objetivo foi compreender como é possível formar uma aprendizagem com assimilação dos números racionais. A partir disso as autoras argumentam como se entende o papel dos conceitos, à medida que são alterados em modelos contextualizados e separam para evolução de modelos de raciocínio. A pesquisa mostra que o processo é possível devido às variações de representações e flexibilidades no decorrer do aprendizado. As autoras alertam para as representações que muitas vezes são condicionadas a modelos prontos e mecanizados, nos quais os estudantes não fazem associação com novos conhecimentos. O modelo deve ser exposto nesse caso, como uma obra gradativa “[...] que resulta da atividade do aluno sobre a representação, apoiando a construção de relações e constituindo a base do seu raciocínio matemático” (GUERREIRO, SERRAZINA, 2017). Desta forma, observa-se que isso poderá possibilitar futuras associações com outras situações-problemas enfrentadas pelo estudante.

Diante do exposto, pode-se evidenciar a intensificação da relação pedagógica

entre docente e estudante. Assim ocorrem contribuições para a aprendizagem matemática, na medida em que a MM intensifica o relacionamento pedagógico do professor e aluno. Observa-se que há uma valorização das possibilidades de discussões e interatividades no ambiente escolar quando se trabalha com a MM. Isso possibilita o desenvolvimento da criatividade e enriquece as interações discursivas.

Segundo Teodoro e Kato (2018), as ações discursivas dos alunos geram autonomia em suas aprendizagens e na vida prática. Desta forma, direciona os debates demonstrando que a regulação discursiva nas práticas de MM contribui para aprendizagem nos Anos Iniciais. Essa regulação é entendida como uma normatização dos procedimentos durante uma atividade, e neste caso fortalece o discurso pedagógico que conduz as atividades. As autoras alertam que o docente precisa adequar essa interação corretamente, para que não se torne inapropriada, “[...] quando atua controlando as ações dos alunos, impossibilitando que sejam autônomos em suas aprendizagens, ou como necessária, do ponto de vista do professor” (TEODORO; KATO, 2018, p. 223). Com base nisso pode-se estabelecer que as ações discursivas devem caminhar para o desenvolvimento da autonomia, possibilitando que os alunos sejam autônomos em seus estudos e desta maneira contribuindo com a aprendizagem.

2.2 (B) CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR E DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Nesta categoria os artigos trazem contribuições e reflexões críticas referentes à formação do professor e à prática pedagógica acerca do ambiente de ensino com a utilização da MM. Na formação docente evidencia a contribuição em relação à formação continuada e à utilização da MM como um procedimento de ensino e aprendizagem. E quanto à prática, os artigos trazem considerações de pontos relevantes, no sentido de olhar para a prática pedagógica como fonte de análise para promover o repensar pedagógico, no sentido de potencializar o vínculo educacional do ensino e aprendizagem por meio do recurso da MM.

O Quadro 2 a seguir mostra as referências dos artigos analisados da categoria (B), juntamente com o endereço eletrônico para aprofundar a leitura e

acessar o conteúdo dos artigos na íntegra. Os artigos estão organizados em ordem cronológica de publicação.

Quadro 2 – Relação das referências dos artigos analisados da categoria (B)

Categoria de análise	Referências dos artigos
(B) Contribuições da MM na formação do professor e da prática do professor	GIONGO, I. M.; KUHN, M. S. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta para o 5º ano. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas , [s. l.], v. 13, n. 25, p. 5-20, jul./dez. 2016. Disponível em: https://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/2411 . Acesso em: 20 nov. 2020.
	SOUZA, D. C. de; DA ROSA, C. C. Modelagem matemática: uma possibilidade para o ensino de matemática nos anos iniciais. Perspectivas da Educação Matemática , [s. l.], v. 9, n. 21, 28 dez. 2016. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2232 . Acesso em: 23 dez. 2020.
	MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. Zetetiké , Campinas, SP, v. 25, n. 2, p. 305-323, maio/ago. 2017. DOI: 10.20396/zet.v25i2.8648493. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648493 . Acesso em: 13 jan. 2021.
	PIAIA, F.; SILVA, V. da S. O Ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: sobre o uso da Modelagem Matemática. Revista de Educação Matemática , [s. l.], v. 16, n. 21, p. 88-100, jan./abr. 2019. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/210 . Acesso em: 23 dez. 2020.

Fonte: a própria autora

Dentre os artigos desta categoria, apenas Giongo e Kuhn (2016) direcionam para formação docente e os demais autores concentram-se mais na prática do professor. Já Souza e Rosa (2016) trazem como objetivo evidenciar que, mesmo sem a formação específica em matemática, o professor pode atualizar seus conhecimentos por meio dos estudos dos conteúdos matemáticos, e assim colaborar com o aprofundamento dos saberes matemáticos no processo de aprendizagem junto dos estudantes.

Souza e Rosa (2016) salientam que se o professor se aprofundar por meio de estudos, terá a oportunidade de refletir sua ação docente e criar contextos mais ativos, que favorecem a aprendizagem de seus alunos. Segundo as autoras, os professores devem aprofundar seus saberes em relação ao currículo matemático e desta forma vai “[...] trabalhar em sala de aula com desenvoltura e segurança,

proporcionando a seus alunos a possibilidade de participação ativa na própria aprendizagem” (SOUZA; ROSA, 2016, p. 962). No artigo fica claro que a maneira do professor trabalhar “[...] no processo de ensino e aprendizagem da matemática pode influenciar seu futuro matemático” (SOUZA; ROSA, 2016, p. 973).

Para as autoras, o professor precisa dominar os conhecimentos matemáticos, e a melhor forma é a formação continuada para aprofundar esses conhecimentos, uma vez que os professores dos Anos Iniciais em sua maioria não possuem formação específica em matemática. Nesse artigo pode-se observar que a MM pode ser uma rica oportunidade metodológica ao professor para melhorar sua atuação profissional, uma vez que proporciona reflexões e autoavaliação durante o processo, sendo um instrumento diversificado de ensino e aprendizagem que tende a fortalecer o trabalho docente.

Neste contexto pode-se observar que a MM fornece possibilidades ao professor para problematizar o ambiente escolar, proporcionando reflexão e momentos de reavaliar sua própria prática docente, na medida em que oportuniza um ensino que não parte de modelos prontos, mas que estabelece suas próprias demonstrações e compreende as relações das expressões e cálculos. Desta maneira, Giongo e Kuhn (2016), Piaia e Silva (2019), e Mendonça e Lopes (2017), trazem reflexões em relação à prática do professor na sala de aula, oportunizando um repensar das ações pedagógicas com base em um ensino mais dinâmico.

Na pesquisa de Giongo e Kuhn (2016) são avaliados os benefícios da ação pedagógica, que auxilia a promover uma reflexão crítica frente a questões sociais, e relatam que a MM, uma vez que está vinculada a outras áreas de conhecimentos, proporciona um ambiente propício, que desperta o interesse dos estudantes e resulta em diferentes formas do pensamento matemático.

Segundo as autoras, o uso de variadas formas de representação ajuda a gerar distintas reflexões nos alunos durante as resoluções das questões sociais, as quais são os próprios estudantes que levantam no decorrer das atividades. Desta maneira, observa-se que as atividades potencializam os debates e as tomadas de decisões.

Neste contexto, Barbosa (2004) vai apontar que a MM é a possibilidade de desenvolver atividades que forneçam caminhos aos estudantes no entendimento de como a matemática é aplicada nas intervenções sociais. Para Giongo e Kuhn (2016), fica clara essa intervenção e reflexão acerca das questões sociais, quando

se problematiza situações do cotidiano, “[...] levando o aluno a refletir sobre suas próprias condutas, tornando-o mais crítico em relação a questões sociais” (GIONGO; KUHN, 2016, p. 18).

Desta forma, observa-se no artigo que ao enfatizar questões sociais e a atuação do estudante na sociedade, promove-se uma reflexão crítica que auxilia o desenvolvimento da prática pedagógica, fazendo com que o aluno compreenda a representação da matemática nas discussões sociais. Essa reflexão é uma das características proporcionadas pela MM durante o seu processo de desenvolvimento e que vai contribuir com uma prática pedagógica mais direcionada junto aos estudantes.

Segundo Piaia e Silva (2019, p. 89-90), a conscientização vai tomando forma à medida que “[...] as crianças percebem o quão importante a Matemática é para nossa vida, pois nas aulas são convidadas a investigar e pesquisar um tema que seja de seu interesse”. Para os autores, a MM, por ser uma metodologia que os estudantes são protagonistas, contribui para que os alunos se tornem “[...] críticos e criativos na resolução de problemas cotidianos e reais, pois são instigados a pensar, investigar e não estimulados a reproduzir respostas” (PIAIA; SILVA, 2019, p. 92).

Com isso, pode-se observar que para esses autores a MM oportuniza um ensino que valoriza a ação dos alunos, e com isso eles se sentem mais motivados durante a prática pedagógica. Nesse contexto, compreende-se que a MM, enquanto metodologia de ensino, possibilita uma participação mais ativa dos alunos, o que facilita a construção do conhecimento de maneira crítica e contextualizada, pois promove ações ligadas diretamente com o cotidiano do estudante.

Para Mendonça e Lopes (2017), o objetivo foi ampliar a compreensão do trabalho docente em ambientes de ensino e aprendizagem na perspectiva da MM, e fazer uma discussão sobre os distintos tipos de intervenções durante as atividades. As autoras comentam que o docente pode apresentar insegurança no início com as questões dos alunos, porém são justamente esses ambientes de questionamentos que vão levar o aluno à reflexão e, conseqüentemente, às aprendizagens. Os resultados desse artigo apontam que “[...] a prática pedagógica com a modelagem matemática, [...] demanda uma atitude reflexiva, comprometida e ativa e reflexiva do professor” (MENDONÇA; LOPES, 2017, p. 321).

Desta forma, observa-se que as manifestações dos estudantes identificam progressivamente a compreensão dos conceitos matemáticos e que todos os artigos

desta categoria indicam que o uso da MM, mesmo que diante de alguns desafios, permite a construção de um ambiente de aprendizagem que auxilia a prática pedagógica de maneira reflexiva. Essa reflexão crítica vai proporcionar uma qualidade no ensino e aprendizagem, à medida que constrói uma competência investigativa no ambiente escolar, o qual será capaz de aumentar o conjunto de estratégias de mediação do professor, para colaborar cada vez mais com o conhecimento dos alunos.

2.3 (C) O USO DA LINGUAGEM SIMBÓLICA, MODELOS E CONCEITOS MATEMÁTICOS NA CONSTRUÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Esta categoria agrupa os artigos que discutem a dinâmica das representações matemáticas, seja o uso da linguagem simbólica, os modelos e conceitos matemáticos presentes na construção das atividades de MM. Observando os artigos, percebe-se que o uso de representações dentro do processo da MM pode variar bastante, depende do contexto e da criatividade do aluno, de como os estudantes vão generalizar as ideias e fazer o uso das representações. As distintas formas de representações motivam os alunos a buscarem novas formas de pensar e apresentarem seus modelos matemáticos.

O Quadro 3 a seguir mostra as referências dos artigos analisados da categoria (C), juntamente com o endereço eletrônico para aprofundar a leitura e acessar o conteúdo dos artigos na íntegra. Os artigos estão organizados em ordem cronológica de publicação.

Quadro 3 – Relação das referências dos artigos analisados da categoria (C)

Categoria de análise	Referências dos artigos
(C) O uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM	TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. W. de. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática. Revista Paranaense de Educação Matemática , América do Norte, jul. 2016. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1227 . Acesso em: 12 jan. 2021.

	SHELLER, M.; BONOTTO, D. de L.; VIALI, L. Desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais por meio da modelagem matemática na educação: possibilidade de utilização de linguagem simbólica. Perspectivas da Educação Matemática, [s. l.], v. 9, n. 21, dez. 2016. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2205. Acesso em: 10 jan. 2021. TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. de. A formação matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. Perspectivas da Educação Matemática, [s. l.], v. 11, n. 25, jun. 2018. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3339. Acesso em: 10 jan. 2021. ZANELLA, M. S.; KATO, L. A. Um episódio com situações multiplicativas de isomorfismo de medidas em tarefas de modelagem matemática: um estudo com alunos alemães do ensino fundamental. Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, PR, v. 7, n. 14, p. 208-235, jul./nov. 2018. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/archive. Acesso em: 23 dez. 2020.
--	---

Fonte: a própria autora

Para Tortola e Almeida (2016, 2018), os modelos matemáticos construídos possibilitaram discussões dos conceitos, propiciando o desvinculamento das situações práticas para uma normativa, com o uso correto dos princípios matemáticos. Os autores reforçam que as atividades de MM têm potencialidade de contribuir com a matemática dos estudantes, uma vez que as atividades possibilitam aos alunos o uso de linguagens que ampliam seus conceitos matemáticos. Por esta razão os autores fortalecem a inserção de tarefas de MM desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Esses autores citam que “[...] o uso da linguagem matemática se deu por meio de várias representações: tabelas, listas, figuras, expressões numéricas e operações, textos escritos, gestos etc.” (TORTOLA, ALMEIDA, 2016, p. 103). Revelando assim “[...] pelo menos dois tipos de linguagem: a do fenômeno sob a investigação e a matemática”, nas atividades propostas os estudantes estabeleceram características de linguagens algébricas, que submergiram da linguagem natural (TORTOLA, ALMEIDA, 2016, p. 101).

Esses autores também ressaltam que a representação pode ser uma linguagem escrita ou mesmo oral, cuja prática vai possibilitar ao estudante elaborar seus modelos por diferentes tipos de linguagem. Desta maneira, observa-se

claramente nos artigos que as atividades de MM propiciam uma formação matemática aos estudantes com variados jogos de linguagem, oportunizado pelos diferentes cenários e práticas durante seu processo de desenvolvimento das atividades. Nesses artigos, pode-se verificar que a percepção dos alunos, ao lidarem com as formulações e validações dos modelos matemáticos, fortaleceu o uso de linguagens e modelos matemáticos de forma mais sucinta e compreensiva para os estudantes.

Na pesquisa de Scheller, Bonotto e Viali (2016), o objetivo foi investigar as ações a fim de verificar que a MM incentiva o aproveitamento da linguagem simbólica pelos alunos. O artigo apresenta como resultado que os problemas resolvidos pelos estudantes dos Anos Iniciais possibilitaram a integração de fundamentos aritméticos e algébricos além do esperado para a faixa etária. Isso fica evidente quando cita que os estudantes, ao elaborar “[...] modelos são capazes de desenvolver sistemas significativos para resolver situações-problemas de seu contexto”, gerando assim representações matemáticas que promovem “[...] o desenvolvimento da linguagem e do pensamento” (SCHELLER, BONOTTO, VIALI, 2016, p. 706).

Já Zanella e Kato (2018) discutem essas representações por meio de uma investigação dos teoremas de ação, que são estimulados durante o processo de atividades multiplicativas de isomorfismo utilizando a MM como instrumento metodológico. Destaca-se que “[...] a abordagem de uma situação multiplicativa por meio da Modelagem Matemática proporcionou aos estudantes mobilizar diferentes ideias associadas à multiplicação” (ZANELLA, KATO, 2018, p. 232). Dessa maneira, pode-se observar que as proposições de condutas dos estudantes propiciaram que as relações dos conceitos matemáticos utilizassem outras linguagens e representações que ampliaram os conceitos de multiplicação.

3 EXEMPLOS DE POSSÍVEIS INTERVENÇÕES COM USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

A proposta desse guia é trazer uma fundamentação teórica sobre MM e por meio da leitura complementar dos artigos e de alguns exemplos hipotéticos, possibilitar uma compreensão sobre algumas possibilidades de intervenções em um processo de desenvolvimento utilizando a Tendência Metodológica da MM.

Partindo dos pressupostos de Barbosa (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Tortola (2012), a MM pode ser trabalhada por meio de propostas que o professor inicialmente propõe ao estudante em forma de etapas, definidas pelos autores como casos e momentos, respectivamente. Seguindo essa lógica, os estudantes conseguem compreender como devem pesquisar, e vão avançando as etapas da modelagem conforme o processo de estudo acontece. E ao final consegue-se desenvolver um estudo mais elaborado por meio da MM, possibilitando que os alunos elaborem a problemática, interpretem seu contexto, busquem as soluções e validem seus modelos.

Considerando as ideias desses autores e seguindo as fases descritas por Tortola (2012), serão propostas algumas possibilidades de intervenções em atividades, dividindo-as em três (3) diferentes momentos. Esses momentos são gradativos, sendo a possibilidade de os alunos desenvolverem “habilidades de fazer modelagem” (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p. 29).

- Primeiro momento: Quando o docente traz a situação-problema produzida e apresenta aos estudantes as informações essenciais para encontrar a resolução;
- Segundo momento: O professor traz para a sala um problema de outra área e os alunos são responsáveis pela procura dos conhecimentos;
- Terceiro momento: Todo desenvolvimento é elaborado pelo aluno, eles vão formular e resolver as situações-problemas.

Desta maneira, as atividades serão divididas dentro dos diferentes momentos, e as propostas das intervenções serão descritas com base na visão de Tortola (2012) seguindo com as quatro (4) fases de desenvolvimento.

- Inteiração (reconhecimento da situação-problema e familiarização);
- Matematização (formulação do problema, hipóteses e resolução do problema);
- Resolução (tentativas de chegar a uma solução);

– Interpretação dos resultados e validação (chegando ao modelo matemático, ocorre a interpretação da solução e validação do modelo e avaliação).

3.1 PRIMEIRO EXEMPLO

Situação-problema: Qual o custo aproximado do serviço para construir uma nova sala de aula na escola, sabendo-se que a mão de obra é R\$ 1.000,00/m²?

Inteiração

Antes de apresentar a problemática acima, para contextualizar a proposta da situação-problema, pode-se fazer uma abordagem contextual, já que o problema quando se desenvolve por meio da MM deve partir sempre dos alunos. Para este momento que o docente já tem uma proposta, o professor pode iniciar perguntando se alguém já pensou em construir algo, dessa forma, é interessante investigar o que eles sabem sobre construção. O que eles pensam sobre o assunto, como imaginam que é uma construção, de que forma as construções acontecem. Desta maneira, vai-se formulando distintas ideias de possíveis problemáticas para situações futuras. Isso vai ajudar na elaboração de diversas habilidades nos alunos. Aqui investiga-se os conhecimentos prévios dos alunos.

Neste momento inicial podem surgir várias ideias e o professor pode conduzir para a sua problemática proposta. O docente deve aproveitar o interesse e os questionamentos dos alunos. Assim o professor propõe sua problemática, informando da necessidade de aumentar a escola, se houvesse mais alunos. Pode-se levar um texto para discutir o aumento populacional da cidade, ou do bairro da escola e colocar a problemática acima. Aqui os alunos vão conhecer o problema, se familiarizar com a situação de investigação sugerida pelo professor.

Na sequência pode-se abordar que para construir algo precisamos definir alguns pontos antes, o local que será construído, fazer o projeto, contratar a mão de obra, fazer orçamento dos gastos etc. Nesta primeira parte o professor irá instigar o aluno com a problemática sugerida, será preciso despertar o interesse nos alunos para discutirem o que é preciso para construir uma sala. Esta atividade pode ser adaptada em qualquer fase dos Anos Iniciais e os conteúdos serão aprofundados conforme a turma trabalhada. Se for sugerida no 1º ao 3º ano poderá abordar a geometria plana, conceitos básicos das operações, e se for no 4º e 5º já poderá

incluir a geometria espacial, sistemas de medidas, porcentagem, dentre outros.

Considerando que a problemática acima seja abordada em uma turma do 3º ano, o docente pode dividir os alunos em grupos de cinco (5) para melhor discutir na hora das atividades práticas. O professor pode iniciar propondo que os alunos criem um guia de construção, façam o desenho de uma planta baixa da sala, por exemplo.

Matematização

Nesta fase, como já se conhece o problema, serão levantadas as hipóteses para resolução do problema, será feita a transição da linguagem natural para a linguagem matemática. O que é preciso para construir? Como o pedreiro consegue saber o tamanho de uma casa? Em qual local será mais apropriado construir a nova sala de aula? Como estimar os gastos para construir uma nova sala?

Na sequência o professor pode sair com a turma pela escola para definir o local que poderia ser construída a nova sala. Pode pedir para os alunos definirem o local mais apropriado e que façam uma planta desta sala, dependendo do tempo disponível pode-se elaborar a planta de toda escola com os alunos e pesquisar plantas de outras construções. Veja com os alunos se eles conhecem algum arquiteto, algum pedreiro, instigue-os a conversarem com estes profissionais sobre suas profissões.

Ao elaborar a planta da nova sala de aula, poderão ser apresentados os primeiros elementos da geometria. Para a planta é necessário que as paredes sejam paralelas e/ou perpendiculares e as janelas e portas devem ser indicadas de acordo. Neste caso serão trabalhados os segmentos de reta, retas perpendiculares e paralelas, ângulo reto e outros conceitos que julgar necessários. As explicações seguem conforme as dificuldades e dúvidas dos alunos na elaboração do desenho da planta. É importante fazer que os alunos discutam os dados informativos pesquisados e definidos por cada grupo.

Na elaboração da planta pode-se explicar sobre a relação do tamanho da planta da sala, as escalas utilizadas, o padrão de medida metro (m), deixando que os alunos façam comparativos com suas alturas, por exemplo. Peça para medirem as carteiras utilizando a régua, a fita métrica ou a trena. Na sequência pode-se explicar sobre o metro quadrado (m^2), uma sugestão é fazer uma risca com giz de um quadrado ($1m \times 1m$) no chão e pedir para os alunos entrarem dentro e assim explicar que a quantidade de alunos ali representa a área daquele espaço e desta

forma fazer a relação do custo da mão de obra ser em m^2 , conforme descrição no título da problemática.

Nesse processo de medir e comparar os valores poderão se deparar com medidas não inteiras, sendo uma oportunidade para o professor explicar que existem números “quebrados”, ou seja, fracionados e/ou na forma decimal. Explique que o processo de diminuir ou aumentar é chamado de escala, não há necessidade de aprofundar, a ideia é apenas apresentar oralmente ao aluno, nesta fase de ensino a criança já tem uma noção de proporcionalidade.

Para fazer a planta defina uma escala: 1 cm da planta = 1 m da sala ou 1:100 (escala de 1 por 100). Depois destas primeiras interações, o aluno retorna para a construção da planta e verifica se há necessidade de alterá-la, se as medidas estão de acordo. Na sequência novos questionamentos podem ser inseridos, como: Essa sala vai comportar qual turma, será uma sala de aula igual às outras, terá mais recursos, precisa ser de qual tamanho? Como se define o tamanho de uma sala, quais variáveis influenciam? Essas são algumas das questões que poderão ser discutidas no decorrer da atividade.

Com todos esses questionamentos e discussões realizadas, os alunos já terão conseguido esboçar a planta com mais exatidão. Esta etapa de questões e compreensões deve ser direcionada pelo professor, assim como propõe a atividade o professor dará o suporte na pesquisa e interações com os alunos.

Depois de fazer a planta pode-se discutir mais sobre a contratação do serviço, para que possam compreender melhor. Como o pedreiro cobra pelo trabalho de construção? Ele cobra por dia, pela área ou depende do serviço? Qual a área da sala para fazer o orçamento com o pedreiro? E qual será o prazo para fazer o serviço? Quanto de material será preciso para construção? Qual o custo dos materiais?

Resolução

Com base nos questionamentos levantados e outros que poderão surgir no decorrer da atividade, o professor vai fazendo a mediação e orientando os alunos nas buscas. Nessa primeira parte, que a problemática é fornecida pelo docente, ele precisará direcionar constantemente a pesquisa fornecendo os dados e auxiliando os estudantes.

Esse auxílio do professor é importante, pois irá ajudar o estudante a formular

suas ideias e ampliar sua visão na busca de respostas, e assim aprender a pesquisar. Na investigação sobre os custos do serviço é interessante o estudante ir anotando os dados da forma que ele achar mais fácil, vai ter alunos que farão uso de tabela, outros montarão operações de adições etc. A forma de expressar os dados deve ser livre para os alunos. Considerando o dado fornecido no enunciado da problemática, o custo da mão de obra do pedreiro será de mil reais por metro quadrado de construção (R\$ 1.000,00/m²).

Desta forma, o aluno terá que ver na planta qual foi a medida da sala de aula para calcular o custo final da mão de obra. Cada grupo poderá ter definido medidas diferentes, conforme suas percepções e discussões sobre a utilidade da nova sala de aula. Suponha-se que um dos grupos tenha definido as medidas da sala na planta como oito (8) metros por quatro (4) metros, dessa maneira, a área será trinta e dois metros quadrados (32m²), assim o custo aproximado da mão de obra será de trinta e dois mil reais (R\$ 32.000,00), ou seja, $32\text{m}^2 \times \text{R\$ } 1.000,00\text{m}^2 = \text{R\$ } 32.000,00$.

Ao final dessa parte os estudantes já estarão com a resolução do problema e devem partir para apresentação e discussão dos resultados. Neste momento propõe que os grupos apresentem suas respostas em forma de seminário. É interessante orientar o grupo que todos devem dar suas contribuições expondo os resultados.

Por ser uma turma do 3º ano dos Anos Iniciais e considerando os conteúdos curriculares desta faixa etária, o professor não precisa aprofundar alguns conteúdos que surgirem e terá que focar em algumas situações para que os dados não fiquem complexos para o estudante. Um exemplo: se fosse calculado os custos com os materiais de construção, teria que fazer uma lista menor e com unidades de medidas condizentes com a faixa etária. Assim sendo, não seria prudente ter uma lista muito grande de materiais com várias unidades de medidas diferentes (sacos, milheiros, metro quadrado, metro cúbico, quilograma, área etc.). Caso isso surgisse durante as pesquisas, só deveria ser apresentado para o aluno com uma explicação mais simples, e não iria ser aprofundado o assunto, uma vez que os estudantes ainda não possuem os conhecimentos prévios para os conteúdos. A intenção é ajudar o aluno a desenvolver o pensamento matemático e compreender os conceitos básicos dentro da sua faixa etária, e no caso desta atividade inicialmente era trabalhar algumas particularidades da geometria plana.

No trabalho com a MM não há como limitar muito os conteúdos, e estabelecer

todos os caminhos antes, o planejamento é essencial para direcionar o trabalho, porém nem sempre será possível estabelecer antes todos os percursos e valores agregados no desenvolvimento do processo. Desta forma, o docente vai conduzindo os caminhos junto com os estudantes e avaliando se há condições de aprofundar os conteúdos ou não.

Interpretação e validação dos resultados

Com as apresentações dos resultados, todos os alunos podem compreender melhor a problemática e validar uma solução. Esta fase vai validar o modelo matemático encontrado e avaliá-lo. Aqui novos questionamentos ainda podem surgir, um deles pode ser a diferença de respostas, por exemplo, quando um grupo diverge do outro em algum ponto colocado, uma vez que a área da sala pode ser diferente. Essa hora é de profunda aprendizagem, cada grupo pode ter expressado a resposta por um tipo de linguagem diferente, e o docente ajudará a interpretar a solução e validar as respostas junto com os estudantes.

Algumas das soluções podem não trazer a resposta correta e com as apresentações os próprios alunos poderão identificar seus erros e fazer a correção. Esse processo de interpretação e validação dos resultados é necessário e ajudará a sistematizar as aprendizagens desenvolvidas. Na MM, o mais importante é o processo percorrido, as reflexões durante o desenvolvimento das atividades, as formas variadas de representações que fazem com que os alunos reflitam constantemente suas ações. A MM aborda temas da sociedade e realidade dos alunos, as investigações contribuem para identificar aspectos presentes na vida de muitos estudantes e isso colabora sistematicamente com a aprendizagem dos conteúdos.

3.2 SEGUNDO EXEMPLO

Situação-problema: Qual o impacto ambiental teremos se não reciclarmos nossos lixos?

Inteiração

Antes de sugerir a problemática acima, o professor fará uma abordagem contextual, pode-se perguntar para os alunos se eles reciclam seus lixos, se há separação dos lixos em suas casas. Aqui a problemática ainda é proposta pelo professor, porém ele não traz os dados para busca de respostas e delimitação das variáveis de dados e informações. Ao apresentar este problema deve-se deixar que os alunos coloquem suas opiniões e com isso o professor vai ajudando-os a definir quais caminhos irão seguir. Neste segundo exemplo todo processo de pesquisa é efetuado pelo aluno, segundo Tortola (2012), este momento vai proporcionar independência a ele em relação aos procedimentos desenvolvidos.

O papel do professor aqui é incentivar os meios para os alunos pesquisarem, é instigá-los sobre as formas que poderão utilizar para buscar as informações. É necessário identificar os seus conhecimentos prévios, dividi-los em grupos e colaborar nas discussões. Pode-se sugerir *sites* de buscas que falam sobre a importância da reciclagem, levar os estudantes no laboratório de informática para lerem sobre o assunto e orientá-los a anotarem as principais informações das buscas. A coleta de dados e levantamento das informações investigativas devem ser registradas pelo aluno para facilitar a elaboração das hipóteses e definir suas buscas. Os alunos irão se familiarizar com o tema e ler as informações sobre os assuntos. Os estudantes podem pesquisar em outros momentos, discutir em casa com a família, buscar outros meios de informações para aumentarem seus repertórios de informações.

Matematização

Agora é hora de levantar as hipóteses, de fazer as simplificações, definindo as variáveis investigativas. É preciso que os alunos entendam a problemática e coloquem suas opiniões, o professor ao ver as informações coletadas de cada grupo vai ajudá-los a definir suas hipóteses de pesquisas. Os grupos podem chegar em questões como: Qual a relação do aumento populacional com o aumento de lixo? Qual a quantidade de lixo coletado na minha cidade? Quanto do lixo coletado poderia ser reciclado? Minha cidade possui coleta seletiva? O que é preciso fazer para começar a reciclar? Por que devemos reciclar nosso lixo? Qual quantidade aproximada de lixo que cada pessoa produz ao dia? A escola recicla seu lixo? Qual o volume de lixo que produzimos na escola? Dentre outras questões.

Com as hipóteses levantadas, cada grupo vai centrar suas buscas considerando as suas suposições. Suponhamos que um grupo queira apoiar sua resposta acreditando que o maior responsável pelo impacto ambiental seja o grande volume de lixo produzido, assim poderá concentrar suas pesquisas nas hipóteses desse assunto. Dessa forma, alguns questionamentos serão selecionados pelo grupo para aprofundarem suas pesquisas e elaborarem uma solução. Outro grupo pode preferir defender que o impacto ambiental é maior devido à falta de coleta seletiva na cidade, ou à produção de um determinado tipo de lixo etc.

Considerando que uma das hipóteses seja o volume de lixo produzido, pode-se direcionar as buscas das seguintes questões: Qual o volume de lixo produzido diariamente em nossa cidade? Considerando a quantidade de lixo coletado diariamente, quanto desse lixo poderia ser reciclado? Para dinamizar esta pesquisa pode-se ir ao centro de coleta da cidade para levantar os dados da quantidade de lixo coletado diariamente, e/ou buscar esses dados em *sites* da prefeitura, da indústria responsável pela coleta, e pode-se convidar um funcionário destes órgãos para conversar com os alunos. Ao levantar essas questões o professor já vai identificando os conteúdos necessários para explicar e dar o auxílio para os alunos.

Nesse caso, é possível trabalhar com as quatro operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Outros conteúdos que poderão auxiliar os estudantes são: o valor posicional dos números, a unidade de milhar, medidas de massa (quilograma/kg) e/ou sistema monetário. Conforme os alunos vão apresentando suas pesquisas e discutindo os dados encontrados, o professor vai identificando as possibilidades de intervenções e aprofundamento de conteúdo.

Para trabalhar esses conceitos matemáticos, o docente pode sugerir outras situações-problemas para fixarem algumas questões. Com relação a medidas de massa, por exemplo, pode-se fazer um comparativo com o peso dos alunos. Dá para trabalhar com panfleto de mercado observando as unidades de medidas, fazer transformações de quilogramas para gramas e outras possibilidades poderão ser discutidas.

Resolução

Partindo do questionamento em busca da produção diária de lixo na cidade, suponha-se que essa produção seja de vinte e cinco (25) toneladas, por exemplo. Aqui será importante explicar ao aluno, caso ainda não tenha estudado, a

representação da tonelada, relembrar as unidades de massa e trabalhar as quatro (4) operações.

1 kg (quilograma) = 1.000 g (gramas)

1.000 kg (quilograma) = 1 t (tonelada)

Desta forma, o consumo diário de lixo será de vinte e cinco mil quilogramas (25.000 kg), ou seja, vinte e cinco toneladas (25 t) multiplicado por mil gramas (1.000 g), sendo representado por $(25 \text{ t} \times 1.000 \text{ g} = 25.000 \text{ kg})$. O consumo também poderia ser representado mensalmente, neste caso seria vinte e cinco toneladas (25 t) multiplicado por trinta dias (30 d) e multiplicado por mil gramas (1.000 g), sendo representado por $(25 \text{ t} \times 30 \text{ d} \times 1.000 \text{ g} = 750.000 \text{ kg})$.

Interpretação de Resultados e validação

Nesta fase os resultados são apresentados pelos estudantes e todos participam, cada grupo apresenta suas pesquisas e seus resultados. Como cada grupo pode partir de uma primícia, com isso poderá haver diferentes soluções que serão discutidas pela turma e validadas. Caso ocorra de algum modelo não corresponder de acordo com a hipótese sugerida inicialmente, o próprio grupo irá retornar o processo e corrigir o que for necessário.

É interessante solicitar aos alunos que registrem suas respostas e o processo desenvolvido, desta forma ficará mais fácil para o próprio aluno apresentar os resultados para a turma. Esse registro pode ser desde a linguagem escrita a desenhos, poderá fazer gráficos e/ou tabelas, a forma de representação é livre para os alunos.

3.3 TERCEIRO EXEMPLO

Situação-problema: Qual a quantidade de comida consumida diariamente na escola?

(Aqui o aluno elabora a situação-problema e formula suas hipóteses para resolver, todo processo é feito pelo aluno).

Inteiração

Neste terceiro momento, o professor vai deixar que os alunos apresentem suas curiosidades, o que poderá auxiliar no sentido de criar debates sobre algumas situações e deixar que os alunos demonstrem seus interesses ou já elaborem alguma problemática que seja de relevância geral da turma para investigar. Durante as aulas pode acontecer de algum aluno fazer um questionamento divergente do conteúdo que se está trabalhando no dia, ou alguma questão que necessite de uma reflexão maior e exija uma explicação mais elaborada do professor.

Um desses questionamentos poderá ser aproveitado pelo professor, que pode instigar a curiosidade dos alunos para irem em busca de mais informações sobre o assunto, tornando assim uma possibilidade para desenvolver a MM.

Matematização

Neste momento os estudantes deverão formular a problematização e fazer o levantamento das hipóteses considerando o tema que irão pesquisar. Deve-se dividir os alunos em grupos pequenos e cada grupo terá a liberdade de escolher um tema para estudar. Suponha-se que um desses grupos levante alguma questão em relação à merenda da escola, qual a quantidade de comida consumida diariamente na escola? Definida a problemática, os alunos poderão levantar as hipóteses que ajudarão a definir uma solução para o problema. Partindo dessa problemática há vários caminhos que podem ser definidos, suponha que os alunos levanten a hipótese que a comida depende da quantidade de alunos, que seria necessário saber a quantidade de alunos todos os dias para fazer a comida. Com base nessa situação surgem outras hipóteses, como: É possível determinar uma média dos alunos que vão para escola diariamente? Qual seria a quantidade de comida que cada aluno come? E se alguns alunos não quiserem comer algum dia? Como definir a quantidade de comida para fazer e não ter desperdícios?

Há várias hipóteses que podem ser levantadas, é importante conversar com os alunos para que selecionem algumas questões para direcionar sua pesquisa e suas buscas. Com as hipóteses definidas, pode-se fazer uma pesquisa de campo com os funcionários da escola, montar um questionário com algumas questões, entrevistar o secretário da escola em relação à quantidade de alunos, e/ou conversar com as cozinheiras da escola, ver como elas sabem a quantidade de comida que preparam todos os dias.

Os questionamentos podem ser divididos entre os alunos, uns vão pesquisar

a quantidade de alunos e outros os alimentos. Dentre as questões também poderão surgir: Qual a quantidade de alunos na escola? Todos os alunos têm o hábito de comer nos intervalos das aulas? O que acontece com a sobra de alimentos? Entre outras questões.

Com os dados levantados, os alunos deverão organizar as informações e calcular o resultado. O professor vai acompanhando para dar o suporte com as explicações dos conteúdos necessários, mesmo que seja conteúdos já estudados o docente vai reforçar as explicações.

Neste exemplo levantado o professor pode trabalhar com noções básicas: das operações de multiplicação e divisão, da média ponderada, da estimativa, das medidas de massa, dentre outros. O professor pode trabalhar as conversões de quilograma para gramas, pode construir um cardápio com os alunos, dá para fazer operações aritméticas com os valores nutricionais dos alimentos, dá para definir a quantidade ideal de calorias diárias dos alimentos para cada pessoa. Enfim, são diversas as possibilidades de explicações que ajudaram a chegar na solução da problemática, isso vai depender das escolhas das hipóteses que os alunos irão definir.

Resolução

Com os dados levantados, os alunos farão os cálculos que julgarem necessários com base nas hipóteses que levantaram. Os dados podem ser diferentes, a quantidade de comida pode ser informada por quilogramas e pode ser a quantidade total por dia e não por aluno, pode-se questionar a quantidade de alunos por período escolar. Enfim, os dados poderão vir de várias formas, cabe ao professor auxiliar os alunos a compreender as distintas formas de representações.

Considerando que a quantidade de alunos seja de trezentos e vinte e cinco (325) e a média da quantidade de comida de cada aluno seja de duzentos gramas (200), um dos modelos matemáticos de representação poderá ser desta forma: $325 \times 200 = 65.000 / 1.000 = 65 \text{ kg}$, ou seja, a quantidade de alunos multiplicada pela quantidade de comida por aluno, dividindo o resultado por mil gramas para saber a quantidade em quilograma.

Interpretação dos resultados e validação

Aqui os estudantes devem apresentar seus resultados e os caminhos que

escolheram, avaliando se tomaram a decisão correta ou não. Nesta fase os resultados podem ser apresentados pelos estudantes em forma de seminários e todos participam, cada grupo apresenta suas pesquisas e seus resultados. Caso a resposta não seja satisfatória com a problemática, deve-se retomar o processo de resolução do problema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentre as finalidades de um produto educacional, está a possibilidade de atingir a Educação Básica, pela leitura crítica e reflexiva, pela prática profissional, pela formação continuada ou por outra forma. Um produto deve atingir os professores e/ou alunos de forma que colabore com reflexões e ações de melhoria para a Educação Básica. Ao pensar inicialmente nesse produto, a intenção era aplicá-lo juntamente com os alunos, porém devido à situação pandêmica, infelizmente não foi possível fazer a aplicação e com isso foi necessário fazer algumas adaptações nesse produto.

Desta maneira, esse produto foi elaborado na forma de um guia informativo e espera-se que este guia possa servir de orientação para os professores, sendo uma formação inicial sobre a MM aplicada aos Anos Iniciais. Assim, acredita que o educador possa praticar e desenvolver esta Tendência Metodológica da MM em suas aulas, a fim de melhorar o processo de ensino e aprendizagem. Acredita-se que a leitura do guia informativo possibilitará a reflexão dos professores, no sentido de pensarem sua didática, propiciando um repensar sobre o uso de diferentes metodologias de ensino, fazendo com que os professores identifiquem na MM uma oportunidade de ensino e aprendizagem que tem muito a contribuir com a educação.

O processo de formação para o professor deve ser constante, justamente por possibilitar o conhecimento de novas metodologias, e assim conseguir atingir mais alunos, alcançando um nível maior de aprendizagem. Quando se tem a oportunidade de conhecer e aplicar uma nova metodologia aumenta-se a interatividade entre professor e aluno, assim como os saberes de ambos.

Enquanto pesquisadora e autora desse guia, acredito que irá nortear o trabalho docente, devido às informações teóricas e práticas sobre a Tendência Metodológica da MM. Desta maneira, espero que o guia contribua com a utilização da MM em sala de aula auxiliando o docente, e possibilite maior segurança para o professor desenvolver um processo de ensino com esta metodologia.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. **Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?** *Ciência & Educação* (Bauru), v.11, n.3, p.483-497, 2005.

ALMEIDA, L. M. W. DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégias de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001b, Caxambu. **Anais [...]**. Caxambu: ANPED, 2001b. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Rio Claro: UNESP, 2001a. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001a.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2004b, Recife. **Anais [...]**. Recife, Universidade Federal de Pernambuco, 2004b

BARBOSA, J. C. A dinâmica das discussões dos alunos no ambiente de modelagem matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. **Anais [...]**. Águas de Lindóia: SBEM. 2006. CD-ROM.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelling and applications in mathematics education – discussion document**. New York: Springer, 2007. p. 451-456.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4 ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5 ed. 2ª impressão. São Paulo: Contexto, 2011.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Zetetiké**, [s. l.], v. 2, n. 2, p. 47-60, 1994.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese (Doutorado) – Unicamp, Campinas, 1992.

CALDEIRA, A. D. Etnomodelagem e suas relações com a Educação Matemática na Infância. *In*: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (org.).

Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.

DUARTE, A. A. O despertar para a consciência crítica de estudantes do ensino fundamental em práticas de Modelagem Matemática. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 24, 2020, Cascavel. **Anais [...]**. 2020. Cascavel, PR: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus Cascavel*, 2020. Disponível em:

<http://eventos.sbem.com.br/index.php/EBRAPEM/index/schedConfs/archive>. Acesso em: 20 dez. 2020.

ENGLISH, L. D.; WATTERS, J. J. Mathematical modelling in the Early school Years **Mathematics Education Research Journal**, [s. l.], v. 16, n. 3, p. 58-79, 2005.

GIONGO, I. M.; KUHN, M. S. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta para o 5º ano. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, [s. l.], v. 13, n. 25, p. 5-20, jul./dez. 2016. Disponível em: <https://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/2411>. Acesso em: 20 nov. 2020.

GOMES, J. C. S. P. Estudos de aula com atividades de modelagem matemática na formação de professores dos anos iniciais. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 21., 2017. Pelotas, RS. **Anais [...]**. Pelotas, RS: Universidade Federal de Pelotas. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/page/2/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

GOMES, J. C. S. P. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Algumas possibilidades**. 2018. 48f. Produto Educacional – Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina/Cornélio Procópio, 2018.

GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, M. de L. A Aprendizagem dos Números Racionais com Compreensão Envolvendo um Processo de Modelação Emergente. **Bolema**, [s. l.], v. 31, n. 57, p. 181-201, abr. 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a09>. Acesso em: 13 jan. 2021.

JOCOSKI, J. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: possibilidades para o ensino de matemática**. 2020. 100f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

KAVIASTKOVSKI, M. A. de. C. **A Modelagem matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2012. 136f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2012.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade. **ALEXANDRIA**, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Santa Catarina, n. 2, p. 135-157, 2009.

MACHADO, S. R. **Percepções da modelagem matemática nos anos iniciais**. 2010. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/93484>. Acesso em: 23 maio 2021.

MARTIN, R. W. S. Uma investigação acerca da autonomia de alunos de um 5º e de um 6º ano do ensino fundamental na realização de atividades de Modelagem Matemática. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 21. **Anais [...]** 2017. Pelotas, RS: Universidade Federal de Pelotas. 2017. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/page/2/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

MARTON, C. I. A Criatividade em matemática de estudantes com altas habilidades/superdotação no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 24. 2020. **Anais [...]**. Cascavel, PR. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus Cascavel, 2020. Disponível em: <http://eventos.sbem.com.br/index.php/EBRAPEM/index/schedConfs/archive>. Acesso em: 20 dez. 2020.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 2, p. 305-323, maio/ago. 2017. DOI: 10.20396/zet.v25i2.8648493. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648493>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MIGUEL, J. C. Alfabetização Matemática: implicações pedagógicas. In: PINHO, S. Z. de; SAGLIETTI, J. R. C. (org.). **Núcleos de Ensino**. Ied. São Paulo: Cultura Acadêmica/Editora da UNESP, 2007, p. 414-429. v. 1.

PALMA, R.M. A criatividade de alunos dos anos iniciais do ensino fundamental em atividades de modelagem matemática. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 21. 2017. Pelotas. **Anais [...]**. Pelotas, RS: Universidade Federal de Pelotas. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/page/2/>. Acesso em: 20 dez. 2020.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática (DCEB)**. Curitiba: SEED/DEB-PR, 2008.

PEREIRA, E. **A Modelagem Matemática e suas implicações para o desenvolvimento da criatividade**. 2008. 104f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2008.

PIAIA, F.; SILVA, V. da S. O ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: sobre o uso da Modelagem Matemática. **Revista de Educação**

Matemática, [s. l.], v. 16, n. 21, p. 88-100, jan./abr. 2019. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/210>. Acesso em: 23 dez. 2020.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.

SCHELLER, M.; BONOTTO, D. de L.; VIALI, L. Desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais por meio da modelagem matemática na educação: possibilidade de utilização de linguagem simbólica. **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 9, n. 21, dez. 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2205>. Acesso em: 10 jan. 2021.

SCHELLER, M. *et al.* Modelagem nos anos iniciais da educação básica: como os estudantes modelam situações-problema? **Ciênc. Educ.**, Bauru, v. 23, n. 1, p. 197-217, 2017.

SOUZA, D. C. de; DA ROSA, C. C. Modelagem matemática: uma possibilidade para o ensino de matemática nos anos iniciais. **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 9, n. 21, dez. 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2232>. Acesso em: 23 dez. 2020.

TEODORO, F. P.; KATO, L. A. Um olhar para a regulação discursiva em uma prática de modelagem matemática nos anos iniciais. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v. 7, n. 13, p. 199-225, jan./jun. 2018. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/archive>. Acesso em: 23 dez. 2020.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Londrina: UEL, 2016, 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. de. A formação matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 11, n. 25, 4 jun. 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3339>. Acesso em: 10 jan. 2021.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. W. de. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática.

Revista Paranaense de Educação Matemática, América do Norte, 5 jul. 2016. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1227>. Acesso em: 12 jan. 2021.

TRIGUERO, L. F. A articulação entre significados denotativos e conotativos mobilizados pela modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um estudo a luz da aprendizagem significativa. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 24., 2020, Cascavel. **Anais** [...]. Cascavel, PR: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus Cascavel, 2020. Disponível em: https://drive.google.com/drive/folders/1cVr6z7iOp57bm1W3tAKiyGFuJhdP_45m. Acesso em: 20 dez. 2020.

ZANELLA, M. S.; KATO, L. A. Um episódio com situações multiplicativas de isomorfismo de medidas em tarefas de Modelagem Matemática: um estudo com alunos alemães do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v. 7, n. 14, p. 208-235, jul./nov. 2018. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/archive>. Acesso em: 23 dez. 2020.

