UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO BÁSICA
LINHA DE PESQUISA: PRÁTICAS DOCENTES

IGOR VAZ DE CAMARGO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM PARA ÁLGEBRA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

JACAREZINHO
2022

IGOR VAZ DE CAMARGO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM PARA ÁLGEBRA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada por Igor Vaz de Camargo, ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Norte da Paraná, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Jonis Jecks Nervis

JACAREZINHO
2022

Ficha catalográfica elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

CC177r
r

Camargo, Igor Vaz de
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM PARA ÁLGEBRA NO 7° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL / Igor Vaz de Camargo; orientador JONIS JECKS NERVIS - Jacarezinho, 2022.
133 p. :il.

Dissertação (Mestrado Profissional em PPED) - Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós Graduação em Educação, 2022.

1. Ensino de álgebra. 2. Resolução de problemas. 3. Aprendizagem matemática. I. JECKS NERVIS, JONIS, orient. II. Título.

IGOR VAZ DE CAMARGO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM PARA ÁLGEBRA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Jonis Jecks Nervis – PPEd/UENP – Presidente

Profa. Dra. Anália Maria Dias de Góis Picelli – UENP

Prof. Dr. George Francisco Santiago Martin – PPEd/UENP

Jacarezinho, 7 de dezembro de 2022.

Dedico esta pesquisa aos meus pais João Augusto e Dircélia, que sempre sonharam comigo e apoiaram toda a minha jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, que me concedeu o dom da vida e me sustentou por toda caminhada. Desde o momento em que decidi ser professor e em todos os passos que já dei em minha jornada pela educação, creio que tenho sido muito abençoado e, por isso, dou graças.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Jonis Jecks Nervis, por ter me dado a oportunidade de ser seu orientando, por acreditar na minha pesquisa, disponibilizar atenção e orientação no meu caminhar e pelo rigor da ciência, que me proporcionou crescimento de saberes e que resultou neste estudo.

À minha família, que sempre acreditou em mim, torceu pelas conquistas e me apoiou a cada passo. A todos aqueles que, antes de mim, escolheram a educação como profissão e àqueles que, depois de mim, também estão trilhando os mesmos caminhos. Que possamos continuar fazendo da educação uma missão na construção de pessoas melhores e capazes de mudar o mundo.

Aos meus pais, João Augusto de Assis Camargo e Dircélia Vaz de Camargo, por sempre me apoiarem e estarem ao lado das minhas escolhas, vibrando por cada conquista. À minha irmã Letícia Vaz de Camargo, que divide comigo os momentos difíceis – porém, gratificantes – da finalização da sua graduação em Odontologia, ao mesmo tempo em que finalizo este mestrado.

Ao Prof. Dr. George Francisco Santiago Martin e à Profa. Dra. Anália Maria Dias de Gois Picelli, por disporem de seu tempo para compor a banca deste estudo e por suas contribuições a esta dissertação. Ao Prof. Dr. Daniel Trevisan Sanzovo e à Profa. Dra. Juliane Priscila Diniz Sachs, pela disposição como suplentes da banca.

A todos os professores do PPEd e, em especial, a aqueles com os quais tive a oportunidade de aprender um pouco mais de perto, por meio das disciplinas: Prof. Dr. Flávio Massami Martins Ruckstadter, Profa. Dra. Vanessa Campos Mariano Ruckstadter e Profa. Dra. Roberta Ekuni de Souza. Não poderia deixar de mencionar meus professores de graduação em Matemática, realizada também na UENP, no Câmpus de Jacarezinho (Turma 2016).

A todos os amigos e companheiros da terceira turma do PPEd, em especial à Maraysa Cruz Nogari, pelas angústias e alegrias divididas e por todas as conversas e trocas de ideias. À minha colega, Daiany dos Reis Santana, por ter me ajudado em diversos momentos, me mostrando o caminho das pedras do mestrado.

Ao Sr. Anderson Vieira, Secretário de Educação de Canitar/SP, por ter me proporcionado horários flexíveis para a realização das disciplinas do programa, bem como às minhas colegas de trabalho Márcia Regina Saqueti e Márcia Cavatoni da Cruz Magalhães, por toda compreensão durante esse período.

A todos os amigos e colegas de trabalho de todos os setores das escolas EE Profa. Orizena de Souza Elena, na qual iniciei minha trajetória, EMEF Luiz Gimenez, onde me tornei professor efetivo de Matemática, e das Escolas SESI Israel Dias Novaes (CE 300) e Renato Kenji Nakaya (CE 332), pelas ricas aprendizagens e pela motivação para prosseguir.

À minha diretora enquanto era aluno do ensino médio e, posteriormente, como funcionário, Sra. Josefina Vacelli, pelas longas e apaixonadas conversas sobre educação.

Ao diretor da Escola Municipal Profa. Iris de Castro Amádio, Sr. Sérgio Carlos Liviéri, por abrir as portas da escola para esta pesquisa. À Profa. Ma. Renata Cristina Galera, por colaborar, ceder aulas e auxiliar a realização desta pesquisa.

Aos meus alunos, fonte de inspiração e motivação diária para esta pesquisa e para um trabalho em sala de aula cada vez mais significativo.

A todos aqueles que, ao longo do meu percurso formativo, contribuíram para que eu escolhesse a tão incrível profissão de ser professor. E, ainda, a todos que contribuíram, de alguma forma, com este estudo.

Por ter alto valor no desenvolvimento da inteligência e do raciocínio, é a matemática um dos caminhos mais seguros por onde podemos levar o homem a sentir o poder do pensamento, a magia do espírito.

(Júlio Cesar)

CAMARGO, Igor Vaz de. **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM PARA ÁLGEBRA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**. 133 f. Dissertação (Mestrado em Educação Básica) – Universidade Estadual do Norte do Paraná, Câmpus Jacarezinho. Orientador: Prof. Dr. Jonis Jecks Nervis. Jacarezinho, 2022.

RESUMO

A abordagem utilizada nesta pesquisa é a unidade temática álgebra, conforme habilidades propostas pela BNCC (2018), por meio da metodologia de resolução de problemas de Onuchic e Allevato (2011) e Allevato e Onuchic (2014). Para tanto, foram levantados os resultados obtidos no tópico de álgebra, nas avaliações de larga escala SAEB e PISA, observando-se os descritores e a relação com as habilidades propostas para esta unidade temática na BNCC. Incluem-se aspectos do desenvolvimento da álgebra e da resolução de problemas ao longo da história, trazendo luz para a problemática: De que maneira é possível explorar a metodologia de resolução de problemas no trabalho docente, considerando-se os indicadores de qualidade da aprendizagem em álgebra, no 7º ano, apontados pelo PISA e SAEB? Como possibilidade de resposta para esta questão, se propõe o produto: sequência didática, conforme apontado por Zabala (1998), constituído de problemas propostos de acordo com a metodologia de resolução de problemas em nível crescente de dificuldade, que funciona como um suporte para uma abordagem diferenciada da álgebra com alunos do 7º ano. Para validação da sequência, foi escolhida uma escola pública da rede municipal que acolheu a pesquisa para ser aplicada em uma de suas turmas. Os dados das respostas dos alunos aos problemas foram coletados e analisados de forma qualitativa, a partir do método da análise de conteúdo de Bardin (2011; 2016), e divididos em duas categorias principais: uma apontava os erros apresentados na resolução, e a segunda continha resoluções corretas com o desenvolvimento do pensamento algébrico aparente. Houve indícios de que, através da aplicação da sequência didática proposta, a abordagem da álgebra, por meio da resolução de problemas, tornou os alunos mais autônomos, além de dar mais sentido à aprendizagem.

Palavras-chave: Educação. Educação Básica. Práticas docentes. Ensino de álgebra. Resolução de problemas. Aprendizagem.

CAMARGO, Igor Vaz de. **PROBLEM SOLVING IN MATHEMATICS: A PROPOSED APPROACH TO ALGEBRA IN THE 7TH GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL**. 133 f. Dissertation (Master in Basic Education) – State University of North Paraná. Supervisor: Prof. Dr. Jonis Jecks Nervis. Jacarezinho, 2022.

ABSTRACT

This research presents is alternative approach to the thematic of algebra unit, according to the skills proposed by BNCC (2018) through the Problem Solving Methodology of Onuchic and Allevato (2011) and Allevato and Onuchic (2014). For these results obtained by students in the topic of algebra in the large-scale evaluations SAEB and PISA were collected, observing their descriptors and the relationship with the skills proposed for the algebra tematic unit the BNCC. Aspects of algebra development and problem solving have been adressed throughout history. This research was conducted after considering the issue: How is it possible to explore the Problem Solving Methodology in class, considering the indicators of quality of algebra learning in the 7th grade pointed out by PISA and SAEB? As a possibility for answering this question, the product is: teaching sequence, as pointed out by Zabala (1998), consisting of problems proposed according to the Problem Solving Methodology at an increasing level of difficulty, which works as a support for a differentiated approach to algebra with 7th grade students. In order to validate the teaching sequence, a public school of municipal network was chosen, it received the research to be applied to one of its classes. The data were collected, consisting of the students responses to the problem and were analyzed qualitatively using Bardin's content analysis method (2011; 2016), which is divided into two main categories: one that pointed the errors presented in the resolution and the second that had correct resolutions with the development of apparent algebraic thinking. There was evidence that through the application of the proposed didactic sequence, the algebraic approach through problem solving became the students more autonomous, in addition to giving more meaning to learning.

Keywords: Education. Basic Education. Teaching practices. Algebra teaching. Problems solving. Learning.

LISTA DE QUADROS

▪

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

AC – Análise de Conteúdo

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAAE – Certificado de Apresentação de Apreciação Ética

CEP – Conselho de Ética em Pesquisa

DCN – Diretrizes Curriculares Nacionais

GTERP – Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC- Ministério da Educação

MMM – Movimento da Matemática Moderna

NCTM – *National Council of Teachers of Mathematics*

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA – Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes

RP – Resolução de Problemas

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

SD – Sequência Didática

UENP – Universidade Estadual do Norte do Paraná

UNESP – Universidade Estadual Paulista

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O saber matemático é parte fundamental da base de conhecimentos necessários para qualquer aprendiz, fazendo parte da tríade ler, escrever e calcular, sem o qual ninguém é considerado apto a prosseguir nas fases educacionais. Além disso, a importância do matemático é fortalecida diante das avaliações externas, que sempre têm como foco a avaliação em língua portuguesa e matemática. O agravante é que os resultados das avaliações de larga escala, a exemplo do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), vêm mostrando, ao longo dos anos, resultados abaixo da média.

A matemática, além de realizar cálculos, tem uma outra importante função a ser desempenhada: a das generalizações. Situações isoladas podem ser generalizadas a partir da observação de regularidades dentro de acontecimentos, sequências numéricas ou não, mas que podem ser estudadas com mais facilidade a partir da construção de uma expressão geral que represente tal fato. A unidade temática que cuida especificamente da construção dessa linguagem matemática é chamada de álgebra, sendo relevante dentro do conhecimento matemático.

Estudos em torno da linguagem algébrica e do pensamento algébrico têm sido realizados por diversos pesquisadores há algum tempo. Existe uma busca de como melhor compreender o funcionamento do adquirir, ou seja, como construir esse conhecimento pelos estudantes. Dentro da constituição curricular brasileira, que até recentemente era fornecida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998), a álgebra era concentrada nos anos finais do ensino fundamental, iniciando-se no final do terceiro ciclo e sendo reforçada no quarto ciclo.

Tal aspecto isolava a álgebra para um momento em que o aprendiz já dominasse totalmente a aritmética, pois assim seria capaz de realizar os cálculos algébricos necessários. Com a chegada da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), apoiada em diversas pesquisas mais atuais sobre a educação, percebeu-se que o pensamento algébrico não é dependente de uma base propulsora dos conhecimentos aritméticos, pois ambos podem ser construídos, de forma concomitante, ao longo de toda a escolarização.

Recentemente, entrou em cena a nova organização curricular, que institui a unidade temática álgebra a partir dos anos iniciais do ensino fundamental. Os estudantes contemplados com essa nova abordagem, então, demorarão alguns anos para concluírem a escolarização básica, e os pesquisadores deverão acompanhar esses impactos até que possam ser medidos os ganhos para a educação matemática.

Aprender álgebra passou a ser um desafio para a construção de uma linguagem matemática necessária para a comunicação em diversas situações problema. O grande desafio está sempre em proporcionar ao aluno uma aprendizagem que faça sentido na vida prática, sendo necessários problemas que estejam próximos da realidade dele e que sejam capazes de mobilizá-los para a realização da tarefa, construindo assim seus conhecimentos.

Ao longo de toda a história, a matemática se desenvolveu em torno da necessidade da resolução de problemas que surgiam na sociedade. O conhecimento matemático passa por diversas civilizações antigas, e vem numa crescente graças a dedicação de grandes matemáticos, que desenvolveram a base de tudo aquilo que sabemos e estudamos hoje. Nossa missão atualmente, na pesquisa sobre a educação matemática, se coloca sobre a busca dos significados dos conceitos, em como se dá sua aplicação em situações-problema.

Assim, com relação à educação matemática escolar, sempre houve diversas convenções a respeito do que é ensinar em cada fase de desenvolvimento do estudante. Sabe-se que a maioria das teorias educacionais tem uma base intensa na psicologia, no cognitivismo, buscando compreender a forma como cada indivíduo aprende melhor. Diversos movimentos, neste sentido, envolvem a educação como um todo e ressoam na educação matemática.

A resolução de problemas é uma das propostas mais atuais para o ensino de matemática defendida ao redor do mundo e iniciou seu processo com George Polya (1995), no livro *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático, com enfoque neste tema. Pesquisas em torno da resolução de problemas intensificaram-se ao redor de todo o mundo, até que, nos *Standards 2000*, recomendou-se a resolução de problemas como proposta fundamental ao ensino de matemática.

Destaca-se, nesse processo, a metodologia de resolução de problemas em matemática proposta por Onuchic e Allevato (2011), reiterada pelas autoras Allevato e Onuchic (2014), composta por 10 passos. Constituem os passos dessa metodologia: (1) proposição do problema; (2) leitura individual; (3) leitura em conjunto; (4) resolução do problema; (5) observação e incentivo; (6) registro das resoluções na lousa; (7) plenária; (8) busca do consenso; (9) formalização do conteúdo, e (10) proposição de novos problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 45).

A principal mudança na ação docente, que visa a ter maior impacto na aprendizagem dos alunos, é voltada para o momento em que o aluno tem contato com os conceitos formais do conhecimento matemático. Ao invés de simplesmente determinar o que é uma incógnita, seguido de algumas situações de exemplo e uma sequência de tarefas de fixação, na resolução de problemas ocorre o movimento inverso.

O processo de aprendizagem de um novo conhecimento, a partir da resolução de problemas, tem início a partir daquilo que o aprendiz já sabe e pode utilizar para resolver um problema a ele proposto. Ao longo do processo, este aprendiz mobiliza saberes, levanta hipóteses, confronta as hipóteses com os colegas, expõe suas opiniões e crenças e busca um consenso na construção de um novo conhecimento.

Ao longo da realização dos passos propostos pelas autoras, o professor vê seu papel ganhar novos sentidos, sai do controle da aula e passa a ser um mediador no processo de ensino e aprendizagem. Os questionamentos que ele levanta podem enriquecer ainda mais a aprendizagem dos alunos, além de incentivá-los a serem capazes de prosseguir até chegar à resolução de um problema.

Somente ao final do processo se propõe uma formalização, na qual, já dentro da linguagem matemática, se exploram os conceitos com os alunos, mas tudo toma como ponto de partida as conclusões às quais os alunos chegaram. Assim, o aluno consegue enxergar a sua ação dentro do processo e pode realizar uma autoavaliação a respeito de como consegue mobilizar conhecimentos já interiorizados para a construção de novos conhecimentos.

Desse modo, utilizando-se a metodologia de resolução de problemas, com foco na prática docente, foi desenvolvida uma proposta de abordagem para álgebra no 7º ano do ensino fundamental, que constitui o produto educacional desta pesquisa. Tal produto é uma Sequência Didática (SD) elaborada conforme os apontamentos realizados por Zabala (1998), com problemas produzidos especificamente para cada uma das seis habilidades da BNCC. Cada sequência trabalha uma habilidade e é composta de três problemas.

Os dados coletados da aplicação dessa SD com alunos do 7º ano do ensino fundamental, em uma escola pública da rede municipal da cidade de Boituva/SP, foram analisados de forma qualitativa, utilizando-se o método de análise de conteúdo, conforme proposto por Bardin (2011; 2016). A análise foi sobre as resoluções registradas pelos alunos em folhas que compuseram o material a ser explorado na pesquisa. Essa análise ocorreu de forma icônica e se observou o conteúdo das imagens das resoluções.

O objetivo do desenvolvimento dessa pesquisa foi obter uma resposta ao problema de pesquisa: De que maneira é possível explorar a metodologia de resolução de problemas no trabalho docente, considerando-se os indicadores de qualidade da aprendizagem em álgebra no 7º ano apontados pelo PISA e SAEB?

O objetivo principal deste estudo é investigar os indicadores de qualidade da aprendizagem em álgebra no 7º ano do ensino fundamental, de acordo com as habilidades propostas na BNCC, utilizando-se os resultados do PISA (2018) e SAEB (2017). E, ainda, analisar como esses dados refletem uma realidade local, regional e em todo território nacional e propor a metodologia de resolução de problemas como ferramenta de auxílio aos professores de matemática quanto a esse conteúdo.

Este estudo é constituído pela introdução, que esboça os principais assuntos abordados, os indicadores de aprendizagem em álgebra no ensino fundamental, a resolução de problemas e a aprendizagem significativa. A SD é o produto no qual ocorre a abordagem para álgebra, através da resolução de problemas, e estes assuntos estão divididos em cinco capítulos nesta pesquisa.

O capítulo 1 trata sobre a álgebra e se inicia com o esboço histórico do desenvolvimento dos conhecimentos algébricos. Na sequência, abordam-se o currículo, seu processo histórico e a forma atual proposta por habilidades na BNCC (2018). É feita uma explanação a respeito da educação algébrica e como esse conhecimento vem sendo estudado. Por fim são tratados os indicadores de aprendizagem em álgebra, a partir dos resultados obtidos nas avaliações mais recentes do SAEB e PISA, com relatórios divulgados.

O capítulo 2 se refere à metodologia de resolução de problemas em matemática e discutem-se, inicialmente, os movimentos históricos da matemática, que culminaram no surgimento da resolução de problemas, como teoria, proposta por Polya (1995). Na sequência, expõe-se o desenvolvimento como metodologia desenvolvida em torno de estudos realizados por Onuchic, culminando nos 10 passos propostos por Allevato e Onuchic (2014).

No quarto capítulo sobre metodologia, consta a caracterização dessa pesquisa a partir dos procedimentos que nesta foram utilizados. Apontam-se os procedimentos relativos à submissão ao Comitê de Ética em Pesquisa, bem como o termo de aprovação, que segue, em anexo, nesta dissertação. Adentram-se, então, as indicações a respeito do referencial analítico e a forma definida para análise, que foi realizada utilizando-se o método de análise de conteúdo.

O produto educacional é o tema do capítulo 5, no qual se explora a SD produzida. Inicialmente apresenta, de forma detalhada, como se deu a construção das sequências de problemas, pensadas para cada habilidade proposta para álgebra na BNCC. Em seguida, expõe-se como ocorreu a aplicação e a coleta de dados da SD, proposta como produto educacional.

Na conclusão, retomam-se o percurso realizado nesta pesquisa e a maneira que ocorreu a conexão das partes, que formou um “produto final” tanto desta dissertação escrita como do produto educacional que pode ser utilizado por professores com alunos do 7º ano. Apontou-se, também, o que a análise leva a concluir, mostrando que a abordagem da matemática, através da resolução de problemas, não somente é possível, como gera frutos promissores e incentiva que cada vez mais educadores optem por essa abordagem em sua ação docente.

2 ÁLGEBRA

Este capítulo é sobre o contexto histórico da álgebra, como ela surgiu e quais civilizações tiveram maior influência em seu desenvolvimento. Serão relacionadas as habilidades da BNCC, que tratam especificamente da álgebra, abarcando-se a característica presente nos currículos escolares. Apresenta-se a álgebra como unidade temática de conhecimento matemático estudada hoje na educação básica, principalmente no ensino fundamental. Por último, são apontados os indicadores de aprendizagem de álgebra, que trazem medidas abrangentes sobre o assunto, a fim de se observar o atual cenário na educação brasileira.

2.1 Contexto histórico

O conhecimento de álgebra que hoje se tem ensinado nas escolas de educação básica não é recente e, assim como todo conhecimento matemático, surgiu na antiguidade. De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), a origem da álgebra ocorreu quando foi necessário formalizar e sistematizar técnicas de resolução de problemas. O conhecido papiro de Ahmes/Rhind já é um documento que conta com a resolução de diversos problemas de cunho algébrico.

A linguagem algébrica, que faz uso de símbolos e procedimentos para a realização de cálculos, estava presente nos conhecimentos de povos egípcios, babilônios e gregos. Contudo, foram os árabes que de fato dominaram tal ciência, através da resolução de problemas, utilizando equações. Por uma certa predominância das equações nos estudos matemáticos, a álgebra passou a caracterizar-se como o estudo destas.

Nesse contexto, em busca das origens da álgebra, Sessa (2009) faz uma incursão histórica e mostra que as bases da álgebra vieram dos pensamentos que eram inicialmente geométricos, a começar pela Babilônia e por seus problemas referentes a cálculos de superfícies, considerados, hoje, como área de figuras geométricas. Ao chegar aos pitagóricos, encontramos sua paixão pelos números naturais, e os estudos realizados por essa corrente trabalhavam com as diversas configurações geométricas que um número poderia assumir.

Nos números chamados quadrados, havia a formação de quadrados perfeitos com a mesma quantidade de pontos em cada um de seus lados. Os estudos realizados nessa época também se caracterizavam fortemente pelas razões geométricas, que hoje possivelmente poderiam ser denominadas pela expressão “n ao quadrado” (n^2), quando se teria uma generalização da situação.

Euclides (323-283 a.C.), por muitos intitulado como o pai da geometria, fazia diversos trabalhos com figuras em composição e decomposição, em relações determinadas geometricamente. Os conhecimentos produzidos nesse processo são hoje tratados pela álgebra como produtos notáveis, em relações algébricas, utilizando-se, também, propriedades de operações aritméticas. É comum, nos currículos escolares, aliar as duas interpretações aos produtos notáveis, à algébrica e à geométrica.

O autor que é considerado como fundador da álgebra é Diofanto, pela utilização de um método chamado de sincopado. Este método, utilizado para fazer generalizações, fazia uso da representação da incógnita e das abreviações para a escrita do problema. Nesse tempo ainda não se usavam letras para fazer a generalização, separadamente, da incógnita, como temos hoje, por exemplo, nos coeficientes de uma equação de 1º grau, na qual o x é um valor a ser descoberto.

De fato, o maior expoente com relação à produção dos conhecimentos algébricos foi Muammad Al-Kowarismi, de cujo nome se originou a palavra algoritmo. Em uma de suas obras mais conhecidas, desenvolveu um estudo aprofundado da resolução de equações de 2º grau com coeficientes numéricos e, para isso, usou o sistema de numeração indiano de 10 caracteres. Assim, devem-se, ao povo árabe, a introdução do sistema de numeração indiano na Europa e sua propagação ao redor do mundo.

A respeito da resolução de equações, realizada por Al-Kowarismi, é preciso se destacar que seus coeficientes eram sempre positivos. A escrita, segundo o autor, também não envolvia símbolos, mas era apresentada pela retórica. Conforme Sessa (2009), o que o autor chama de tesouros poderíamos associar ao termo quadrático da equação, raízes às raízes do tesouro e simples, e números que não estão ligados nem a tesouros e nem a raízes. O quadro a seguir apresenta uma síntese da situação.

Quadro 1 - Linguagem retórica e simbologia atual da álgebra

Linguagem retórica	Simbologia atual
Tesouros e raízes iguais a números	$x^2 + bx = c$
Raízes e números iguais a tesouros	$x^2 = bx + c$
Tesouros e números iguais a raízes	$x^2 + c = bx$
Raízes iguais a tesouros	$x^2 = bx$
Tesouros iguais a números	$x^2 = c$
Raízes iguais a números	$bx = c$

Fonte: Sessa (2009).

Na simbologia algébrica atual, percebe-se que cinco das equações realmente são quadráticas, descrevendo-se as diversas possibilidades de se deparar com uma equação desse formato. Para cada uma dessas situações é possível ter um raciocínio de resolução, sendo importante apresentar os caminhos aos alunos. A última equação é uma linear, de 1º grau, da qual se obtém apenas uma raiz.

O período da álgebra simbólica ocorreu por meio dos trabalhos de François Viète, matemático que aprofundou a utilização de letras para representar os coeficientes das equações. Também é muito importante a descoberta da resolução de equações do 3º e 4º graus, assuntos que não serão explanados neste trabalho, pois tais estudos já avançam para o currículo do ensino médio.

Após esse período, ainda na álgebra clássica, após Albert Girard enunciar que uma equação de grau “n” possui “n” soluções, houve grande movimento de muitos matemáticos em busca da prova da afirmação. No entanto, foram Argand e Gauss que conseguiram realizar tal feito, demonstrando, de modo satisfatório, a prova para o enunciado. Marcaram a etapa final dessa era a prova da impossibilidade de se encontrar uma forma geral de resolução de equações de grau superior a 4, dada por Abel, e a determinação de condições necessárias para que uma equação de grau superior a 4 seja resolvida por métodos algébricos, segundo Galois (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

2.2 O currículo

Os anos de 2017 e 2018 trouxeram grande movimento à educação nacional com o lançamento da BNCC, que foi instituída a partir de diversas frentes. Existem críticas sobre a forma como a BNCC foi finalizada, pois ela deveria garantir a participação da maior parte dos envolvidos no processo educacional, tanto de educadores como pesquisadores da área. De acordo com Pinto (2017), tal processo não ficou claro nas discussões realizadas para a construção da base e no acolhimento das sugestões levantadas até a segunda versão.

O Brasil figurava, até recentemente, como um dos poucos países do mundo que não tinha, ainda, definido uma base comum para o currículo, conforme afirmam Correio e Correio (2015). Até a formalização da BNCC, em 2018, o que se tomava por base no ensino das disciplinas, bem como da matemática, e mais especificamente da álgebra, eram as orientações curriculares realizadas pelo Ministério da Educação (MEC), ou pelas secretarias estaduais de educação, e os livros didáticos ou materiais didáticos de sistemas de ensino.

A necessidade da construção de uma base comum para a educação nacional já vinha sendo apontada desde a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) nº 9.394 de 1996. Esta lei, ao tratar da organização da educação nacional, aponta, em seu artigo 9º, inciso IV:

> [...] estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum (BRASIL, 1996).

Os PCN constituíram o primeiro movimento em relação a uma organização curricular. Porém, tinham orientações a respeito dos conhecimentos que deveriam ser adquiridos, divididos em ciclos, nos quais o primeiro ciclo compreendia as 1ª e 2ª séries, o segundo ciclo as 3ª e 4ª séries, o terceiro as 5ª e 6ª séries, e o quarto ciclo as 7ª e 8ª séries. Lembrando que, nessa época, vigorava o ensino fundamental de oito anos, iniciando na 1ª e encerrando na 8ª série.

Com relação aos conteúdos que deveriam ser abordados na matemática, os PCN apresentavam a necessidade de desenvolver alguns conteúdos básicos, como: números e operações ligados tanto à aritmética quanto à álgebra, estudo do espaço que está totalmente conectado à geometria e, por fim, grandezas e medidas que visavam a permitir a interligação entre os demais conhecimentos matemáticos (BRASIL, 1998).

Nesse momento, os parâmetros concentravam suas orientações relacionadas ao ciclo, ou seja, deveriam ser contempladas nas duas séries indicadas, divididas em quatro domínios: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. Era evidente a ligação entre a organização dada pelos PCN e os descritores presentes no SAEB. Contudo, o que modificou foi que, para a avaliação, se acrescentavam, no tópico números e operações, a parte de álgebra e as funções, em seu título.

Uma característica do ensino de matemática no período dos PCN era que, na 5ª série, hoje equivalente ao 6º ano, ocorria uma intensa revisão de conteúdos matemáticos aprendidos em anos anteriores. De acordo com Scremin e Righi (2020), isso causava um certo desinteresse nos alunos, pois não havia desafio de novas aprendizagens. A 6ª série (atualmente 7º ano) ficaria, então, com a parte de novos conhecimentos, na qual se concentrava o início dos estudos de álgebra, formalmente.

Estavam previstos, para o 3º ciclo, estudos que analisassem sequências numéricas para que se chegassem a possíveis generalizações da ordem nessas sequências. Assim, o estudo dessas generalizações levaria a uma introdução à álgebra, voltada intensamente para a questão da variação entre duas grandezas. Poderiam, ainda, ser situações problema que levassem às incógnitas, porém, não se deveria trabalhar com técnicas formais de resolução, mas permitir ao aluno explorar seus próprios métodos (BRASIL, 1998).

Os conceitos construídos anteriormente eram explorados no 4º ciclo, com um aprofundamento dos sentidos de variável e incógnita aplicados a diversas situações. Chegava-se a um estudo das variações diretas e inversas entre as grandezas, bem como se produziam sentidos nas conexões das representações algébricas que se alinhavam à produção de uma expressão capaz de calcular a quantidade de diagonais de uma figura.

Currículos das redes de ensino de todo o país eram fundamentados nos PCN, até que, em 2017, ocorreu a aprovação da primeira parte da nova base. A BNCC foi finalizada em 2018 e englobou também o ensino médio. Este nível sofreu as maiores alterações em sua estrutura e organização curricular, porém, serão especificados apenas os anos finais do ensino fundamental, com foco no 7º ano.

Partindo-se da forma como está organizada a matemática na BNCC, ocorrem algumas diferenças em relação aos PCN, sendo que os antigos tópicos passaram a ser chamados de unidades temáticas. Logo, tais unidades se constituem em cinco, sendo: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística. Além da introdução da álgebra como unidade temática, também a probabilidade ganhou maior visibilidade no currículo.

A álgebra tornou-se, assim, uma unidade temática introduzida desde os anos iniciais, trazendo ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. Porém, neste momento, ainda não há a inserção de letras para expressar quantidades, por mais simples que seja a situação. Situações como 2 + 3 = 5 e 4 + 1 = 5, portanto 2 + 3 = 4 + 1, mostram que a igualdade está além de apenas a indicação de uma operação a ser feita, o que torna essa propriedade mais significativa aos alunos (BRASIL, 2018).

Em sua introdução à área de matemática, a BNCC aponta algumas ideias consideradas fundamentais em matemática, a saber: “equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (BRASIL, 2018, p. 268). Especificamente referente à álgebra, instiga-se a construção do pensamento algébrico, essencial para a construção de modelos matemáticos que melhoram a representação e compreensão de diversas situações.

As ideias matemáticas fundamentais dessa unidade temática são equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. O que se trabalha em síntese é a formação de uma linguagem matemática, muito própria para definir generalizações e, assim, facilitar a resolução de problemas, que seriam muito mais morosos na utilização de pensamentos puramente aritméticos.

No quadro a seguir serão apresentadas as habilidades da unidade temática álgebra para o 7º ano do ensino fundamental. Além das habilidades mais específicas, também são propostos objetos de conhecimento mais amplos, que englobam tais habilidades.

Quadro 2 - Habilidades da unidade temática álgebra do 7º ano propostas na BNCC

Objeto de conhecimento	Habilidades
Linguagem algébrica: variável e incógnita	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
Equações polinomiais do 1º grau	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: Brasil (2018).

A álgebra sempre esteve presente no ensino de matemática, de forma mais implícita inicialmente durante o período dos PCN, ganhando força a partir do 7º ano, ou já aparecendo desde os anos iniciais, desde a BNCC. Sua importância está na identificação de padrões e na construção de generalizações em linguagem matemática. Tais fatores se conectam e são necessários a todas as demais unidades temáticas da matemática, bem como a outras áreas de conhecimento, o que traz valor à SD que será apresentada mais adiante.

2.3 Educação algébrica

A educação formal no Brasil se iniciou no período colonial. Segundo Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), foi por meio da Carta Régia, em 1799, que ocorreu o momento inicial do ensino de álgebra separada de outras disciplinas, como da geometria e da trigonometria. No período que se segue, na educação brasileira, a matemática era dividida em quatro eixos, que eram ensinados de forma separada, sendo aritmética, geometria, álgebra e trigonometria.

Nesse período, mesmo separada de outras unidades temáticas que hoje compõem a matemática escolar, a álgebra não recebia uma boa atenção, e o foco dos estudos era na aritmética e na geometria. Foi a partir da Reforma Francisco Campos, na década de 1930, que se instituiu a matemática como disciplina única, trazendo unicidade aos conteúdos e deixando de lado as divisões anteriores.

Souza *et al.* (2017), ao abordarem, em sua pesquisa, a questão das concepções de álgebra presentes nas macroavaliações, apresentam, embasados nas pesquisas de Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), um quadro que faz referência à forma como a álgebra foi ensinada em três momentos diferentes. Tais momentos foram divididos a partir do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que se voltava ao estudo das estruturas. Anterior ao movimento, as resoluções eram mecânicas e, após este movimento, se buscou uma manipulação de materiais concretos.

Quadro 3 - Concepções de álgebra de acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel

Concepções de álgebra de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993)
1. Linguístico-pragmática: concepção baseada em atividades pedagógicas que visam à resolução de problemas, por meio de aquisição mecânica das técnicas, ou seja, do transformismo algébrico.
2. Fundamentalista-estrutural: consiste na introdução das propriedades estruturais das operações, incentiva o estudante a identificar e a aplicar as diferentes estruturas matemáticas, a partir de um currículo centrado na Teoria de Conjuntos.
3. Fundamentalista-analógica: retoma o papel pedagógico para solucionar problemas, não mais com o caráter mecânico, mas a partir dos fundamentos algébricos. Para isso faz uso de materiais manipulativos e de modelos geométricos.

Fonte: Souza *et al*. (2017).

No primeiro momento da concepção linguístico-pragmática, o foco estava no aprender da técnica de resolução. As situações problema eram construídas de forma que levassem o aluno a utilizar técnicas aprendidas anteriormente, como uma forma de treino mental. Não havia, neste momento, qualquer sentido entre a realização dos cálculos algébricos e a realidade, pois tal movimento se preocupava apenas com o transformismo algébrico.

Durante o MMM, que buscava a criação de sentidos para o ensino da matemática, percebeu-se uma busca pelo entendimento das propriedades matemáticas que estavam envolvidas nos cálculos. Conforme Araújo (2008), o foco, nesse momento, estava nas estruturas lógicas do conteúdo e na precisão da linguagem. Ocorreu, neste período, uma valorização da linguagem simbólica e dos cálculos algébricos.

Em busca de trazer para o concreto os conhecimentos algébricos, percebeu-se uma retomada à resolução de problemas, não mais de forma tão mecânica, mas ligada à manipulação de blocos geométricos. Embora nessa última concepção se percebesse a intenção de se resgatar as boas partes das duas anteriores, adicionando a condição de uso de materiais manipuláveis, ainda faltava para a álgebra maior proximidade de sentido na construção dos raciocínios, permitindo aos alunos a exploração de seus saberes algébricos.

Avançando-se nas discussões e nos estudos referentes ao ensino de álgebra, entramos no âmbito das discussões sobre qual tipo de educação algébrica as escolas devem buscar. Surgiram, então, as frentes de pensamento algébrico em detrimento da linguagem algébrica. Não se deve pensar que a linguagem algébrica se torna ignorada, mas ela deve aparecer a partir da construção do pensamento algébrico.

A construção de sentidos por meio do pensamento algébrico é defendida por Lins e Gimenez (1997) quando afirmam que a álgebra deve ser inserida nas escolas desde os anos iniciais. Assim, a correlação entre as operações aritméticas e a generalização que vem do pensamento algébrico é desenvolvida de forma concomitante, e não em lados opostos. Campos (2015), em sua pesquisa sobre o x da questão, destaca a importância desse desenvolvimento para que se evite um simbolismo em contraponto à construção do pensamento a respeito do problema que se resolve.

Em diversas situações na realidade do cotidiano em sala de aula, devido a essa característica simbólica da álgebra, esta pode se tornar um grande formulário a ser utilizado em situações específicas. É quase como se o professor concedesse um modelo pronto para a resolução de cada situação que envolva questões algébricas. Esse formato impede que o aluno construa sentidos sobre o que foi resolvido por ele, pensando-se a respeito do problema e buscando, em seus conhecimentos prévios, uma forma para modelar a resposta, pois é necessário apenas que ele saiba a fórmula.

Em pesquisas recentes levantadas por Correio e Correio (2015), verificou-se que crianças que nunca haviam tido qualquer contato com a linguagem algébrica eram capazes de resolver situações problema desenvolvendo o pensamento algébrico. Ou seja, é possível construir tal pensamento com as crianças a partir de situações em que elas mobilizem seus conhecimentos prévios no desafio de resolver um problema, construindo, assim, um novo conhecimento.

Um dos aspectos relevantes na necessidade da boa construção dos conhecimentos de álgebra é que não se trata apenas de um saber que se encerra em si mesmo, mas tem ligações com diversas outras áreas. As generalizações que são permitidas pelo saber algébrico adentram as áreas de outras disciplinas, e o trabalho com as variáveis permeia inclusive outras áreas de conhecimento, como as ciências da natureza, humanas e sociais.

Almeida (2011) aponta, com base em diversos estudos, que a álgebra é um conhecimento que está a serviço de outros domínios do saber, como da física, economia, psicologia etc. Para tanto é necessário construir uma visão que leve os alunos a desenvolverem a capacidade de relacionar situações do cotidiano ao saber algébrico. A construção da linguagem algébrica deve ocorrer de forma natural quando o aluno pensa sobre um problema, primeiramente, em sua linguagem natural, criando as hipóteses de resolução, chegando até a resposta e, depois, pensando sobre ela, para determinar a generalização algébrica.

Alterações estão sendo feitas para melhorar o processo de ensino de álgebra nas escolas e, desta forma, auxiliar num processo de aprendizagem mais significativo.

Isso tem ocorrido principalmente com novas estruturações curriculares. No entanto, em uma análise realizada em livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), no ano de 2011, Almeida (2011) verificou que é no 7º ano que os alunos são levados a fazer a transição do pensamento puramente aritmético para o pensamento algébrico.

O objeto de conhecimento que se mostrou mais presente e significativo nos livros didáticos levantados para o 7º ano escolar foram as equações de 1º grau. De acordo com os pesquisadores Marchand e Berdnarz (1999), o estudo das equações polinomiais de 1º grau pode auxiliar em grande escala a passagem da aritmética à álgebra. Porém, conforme análise de Almeida (2011), muitas vezes há um trabalho ainda muito ligado à aritmética, com pouca produção de sentidos, que leva ao pensamento algébrico.

As equações de 1º grau permitem ao aluno compreender o que é uma incógnita e como se obtém o valor desta. É importante ficar claro para o aluno que, nesse momento, se trata de um valor desconhecido, mas que pode ser encontrado se utilizando de raciocínios operacionais já construídos anteriormente. Porém, para além das incógnitas, é preciso também destacar as variáveis. Como o próprio nome já prediz, se trata de valores que irão variar, podendo assumir resultados diferentes, a depender da situação.

Um estudo mais aprofundado sobre variáveis pode ser feito por meio de Usiskin (1995), que aponta a importância da compreensão das letras em álgebra como sendo as variáveis. Conforme a situação, as variáveis podem assumir diversos sentidos, como suporte para a resolução de problemas ou a explicação de situações e fenômenos. Abaixo consta um quadro que resume as concepções de álgebra para o autor.

Quadro 4 - Concepções de álgebra de acordo com Usiskin

Concepções de álgebra de Usiskin (1995)
1. A álgebra como aritmética generalizada: letras são variáveis utilizadas para generalizar modelos numéricos, e o papel do estudante da escola básica passa a ser o de traduzir e generalizar.

2. A álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas: nesta concepção as variáveis são incógnitas ou constantes que servem para simplificar e resolver problemas em linguagem natural.
3. A álgebra como estudo de relações entre grandezas: as variáveis não são incógnitas, nem letras utilizadas para generalizar modelos numéricos. Nessa concepção, não há busca por uma fórmula, mas análise da variação em função da variável (como, por exemplo, fórmulas utilizadas na Geometria e na Física), que pode ser um argumento, valores do domínio da função ou um parâmetro; ou representar um número do qual outros números dependem.
4. A álgebra como estudo das estruturas: as variáveis não recebem atribuição de um significado numérico, uma vez que a intenção é manipular e justificar, recorrendo às propriedades. Assim, tornam-se um objeto arbitrário de uma estrutura preestabelecida por essas propriedades.

Fonte: Souza *et al.* (2017).

2.4 Indicadores de aprendizagem em álgebra no SAEB e PISA

O SAEB visa a apresentar dados, levantados a partir de questionários, a gestores públicos e educacionais, bem como a toda a sociedade. Em 2019, foram aplicados questionários de íngua portuguesa e matemática, cujas questões foram elaboradas conforme matriz de descritores próprios para a avaliação. Todas as escolas públicas realizam a avaliação de forma censitária, mas, nas escolas particulares, a avaliação ocorre em formato amostral.

Nos testes de matemática, o foco está na resolução de problemas. Tais problemas são apresentados com um texto base que serve como motivador para a resolução do problema, o enunciado, cujo propósito é a instrução, de forma clara, sobre a tarefa a ser realizada e as alternativas, divididas em gabarito e distratores.

A matriz de referência para a matemática apresenta um total de 37 descritores, sendo que 20 deles estão concentrados no tópico III – números e operações / álgebra e funções. A parte que interessa a esse trabalho são os descritores ligados à álgebra, que formam um total de sete, do descritor 29 ao descritor 35, conforme relacionados na tabela abaixo.

Quadro 5 - Descritores de álgebra encontrados na matriz da avaliação SAEB

Descritores do SAEB relacionados à álgebra	
D29	Resolver problemas que envolvam variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D30	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
D31	Resolver problema que envolva equação do 2°grau.
D32	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).
D33	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
D34	Identificar um sistema de equações do 1° grau que expressa um problema.
D35	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1° grau.

Fonte: INEP (2021).

A proficiência em matemática é dividida em nove níveis, porém, é possível perceber que é a partir do nível 3 que começam a aparecer indicações ligadas à álgebra. É importante destacar que cada nível posterior é um aditivo às habilidades dos níveis anteriores. Assim, para um aluno ter domínio daquele nível, deve, além de desenvolver suas habilidades próprias, conseguir também realizar as habilidades propostas anteriormente.

O quadro abaixo apresenta uma adaptação do quadro de descrição das habilidades, que devem ser desenvolvidas em cada nível, e contém um recorte com relação àquelas que estão relacionadas diretamente à álgebra.

Quadro 6 - Níveis e habilidades relacionados à álgebra no SAEB

Nível	**Habilidades relacionadas à álgebra**
Nível 3 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	Números e operações, álgebra e funções: resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros.
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	Números e operações, álgebra e funções: determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1° grau envolvendo números naturais, em situação-problema.

Nível 5 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	Números e operações, álgebra e funções: associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de equações do 1°grau ou sistemas lineares. Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números racionais na forma decimal.
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	Números e operações, álgebra e funções: resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, com constante de proporcionalidade não inteira. Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica que contenha parênteses, envolvendo números naturais.
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375	Números e operações, álgebra e funções: determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 2° grau, com coeficientes naturais, envolvendo números inteiros. Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de inequações do 1° grau. Associar a representação gráfica de duas retas no plano cartesiano a um sistema de duas equações lineares e vice-versa. Resolver problemas envolvendo equação de 2° grau.
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 375 e menor que 400	Números e operações, álgebra e funções: determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1° grau, com coeficientes racionais, representados na forma decimal. Resolver problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.
Nível 9 Desempenho maior ou igual a 400	Números e operações, álgebra e funções: reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas.

Fonte: adaptada do INEP (2021).

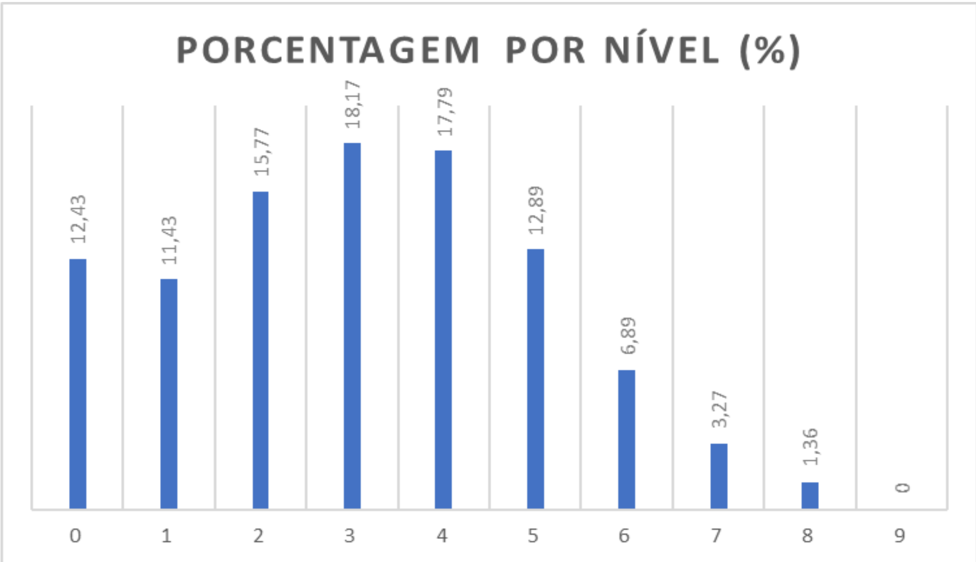
Foram apresentadas as habilidades que estão diretamente relacionadas à álgebra dentro de cada nível, porém, nem todas estão diretamente ligadas às habilidades apresentadas pela BNCC para o 7º ano do ensino fundamental, que é o foco desta pesquisa. Um ponto a se considerar é que o tópico que trabalha com álgebra e funções também é constituído por habilidades referentes a números e operações.

Assim sendo, na apresentação dos dados abaixo, referentes aos índices numéricos, serão usados como parâmetro de análise os recortes, apresentados acima, dos descritores e das habilidades esperadas em cada nível.

A média nacional para matemática chegou a 263 no ano de 2019, somente 10 pontos acima da média registrada na edição de 1995, ano em que se obteve a média de 253 (INEP, 2021, p.167). Nesse panorama, pode-se dizer que, em média, os alunos estão localizados no nível 3, relacionado a problemas que envolvam variação de grandezas diretamente proporcionais.

A Figura 1 demonstra o quantitativo de alunos em cada nível, de acordo com os acertos das questões de matemática no SAEB em todo o Brasil. Como já foi destacado, a resolução de problemas que envolve habilidades diretamente ligadas à álgebra começa no nível 3. Sendo assim, os níveis 0, 1 e 2, somados, resultam num total de 39,63% de estudantes que não possuem conhecimentos básicos de álgebra. Esses dados mostram o quão alarmante é a situação da aprendizagem de tópicos ligados à álgebra na educação brasileira.

Figura 1 - Distribuição dos estudantes por nível na avaliação de matemática do SAEB 2019



Fonte: INEP (2021).

No estado de São Paulo, a média alcançada foi de 271,3, deixando o estado um pouco acima da média nacional, porém, não foi suficiente para elevar a proficiência dos alunos para o próximo nível, que se inicia em 275. São Paulo ficou como líder no ranking da região Sudeste, perdendo, em nível nacional, apenas para Santa Catarina e Paraná, com pontuações de 275 e 274,6 respectivamente. Em relação à edição anterior, São Paulo teve um aumento de 3 pontos na média.

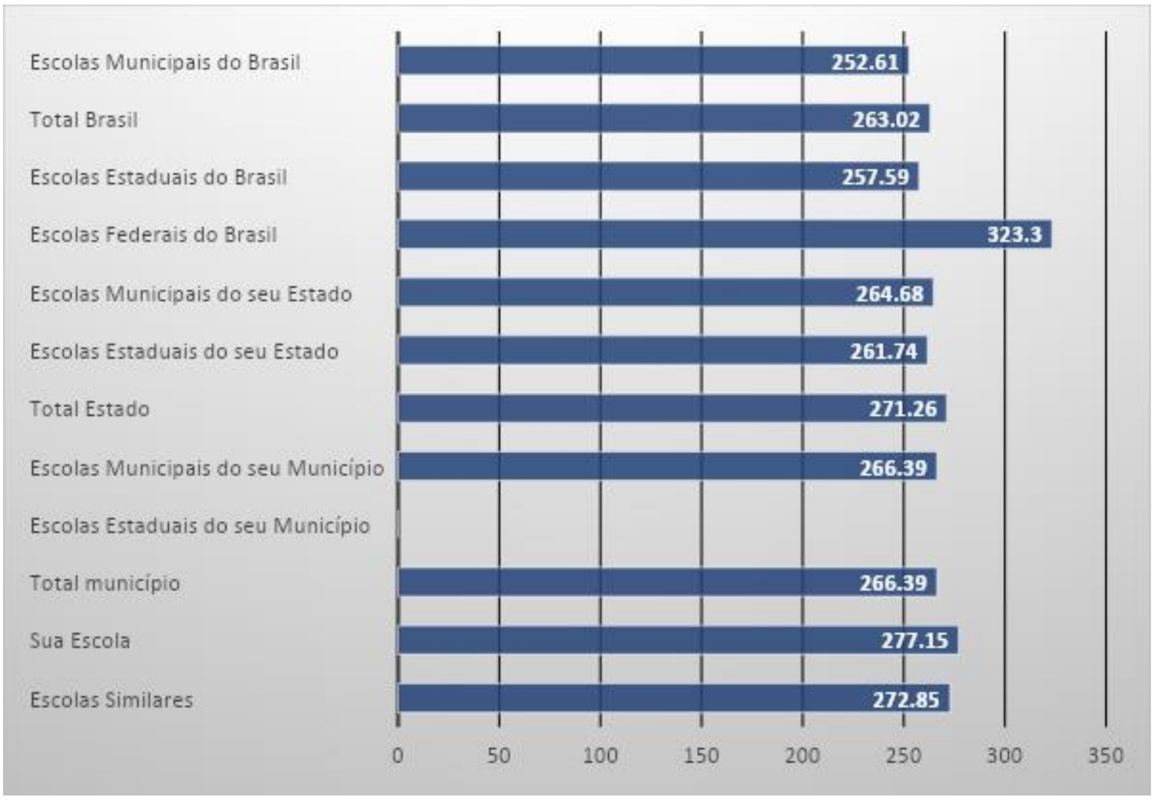
No município de Boituva, no interior do estado de São Paulo, que foi selecionado para observação da realidade local da avaliação, encontra-se a média de 266,4 para matemática, um pouco abaixo do valor estadual, porém, dentro do nível 3, conforme a pontuação. O município foi escolhido para indicadores locais por ser onde o produto educacional foi aplicado. A escola escolhida e que acolheu a aplicação da pesquisa é uma escola pública da rede municipal. Em uma das análises de seus dados, podemos encontrar uma realidade um pouco mais avançada: a média da escola em matemática foi de 277,15, colocando-a no nível 4.

Através do boletim da escola, disponível em domínio virtual de acesso aberto, é possível perceber que, dentro da turma avaliada, no ano de 2019, nessa unidade, a maioria dos alunos (24,23%) está posicionada no nível 4. Nesse nível, além de trabalhar com grandezas diretamente proporcionais, os alunos já apresentam capacidade de resolver problemas envolvendo uma expressão algébrica de 1º grau.

Uma observação que pode ser feita nos boletins das escolas: como os níveis de proficiência se iniciam com 200 pontos, quando o aluno atinge uma nota abaixo desse corte é considerado como nível 0. De acordo com o descrito no próprio boletim, é necessária atenção em relação aos alunos nesse nível, pois, como estão encerrando o ensino fundamental, o 9º ano, apresentam dificuldades com habilidades muito elementares para essa etapa.

O gráfico a seguir, extraído do próprio boletim da escola, traz um panorama geral da proficiência em matemática, apresentando os resultados em nível local, da própria escola, regional em nível de estado e em todo o território nacional.

Figura 2 - Desempenho em matemática obtido no SAEB 2019 por tipo de escola



Fonte: boletim da escola (SAEB 2019).

Nas três décadas de existência do SAEB, percebe-se pouco avanço em relação à matemática, o que se mostra bem evidente também com relação à álgebra. Como a metodologia da avaliação para matemática segue os moldes da resolução de problemas, é possível apontar, como uma saída, a proposta de mais atividades nesse formato nas salas de aula. Resultados como os índices obtidos pelo SAEB devem direcionar ações no cotidiano escolar, visando, por meio dos direcionamentos metodológicos e dos materiais didáticos utilizados, a alcançar resultados melhores sobre a aprendizagem efetiva dos alunos.

O Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes, criado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), pretende avaliar alunos na faixa etária dos 15 anos de idade. Tal avaliação oferece informações sobre o desempenho dos estudantes e suas atitudes referentes à aprendizagem dentro e fora da escola. No Brasil, desde a 1ª edição, nos anos 2000, a avaliação é coordenada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

O PISA avalia três domínios – leitura, matemática e ciências –, sendo que, em cada edição, há um domínio principal, e os demais ficam como secundários. No ano de 2018, o domínio principal foi de leitura, o que garantia uma quantidade maior de itens desse domínio a serem respondidos pelos alunos. Também foram propostos domínios inovadores, como letramento financeiro e competência global. Na edição 2018, o Brasil participou apenas do primeiro.

A questão mobilizadora para essa avaliação é: “O que é importante que os cidadãos saibam e sejam capazes de fazer?” (INEP/MEC, 2020, p.17). A avaliação intenta identificar se os alunos próximos ao fim da escolarização obrigatória têm domínio de habilidades necessárias para plena participação na vida social e econômica.

O Brasil contou com uma amostra de 597 escolas espalhadas por todos os estados do território nacional, com um total de 10.691 alunos, os quais representam os estudantes nessa faixa etária da escolarização.

Para os testes cognitivos de matemática, toma-se como base a definição de letramento matemático, trazida pela OCDE, como se segue:

> Letramento matemático é a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso ajuda os indivíduos a reconhecer o papel que a Matemática desempenha no mundo e faz com que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (INEP/MEC, 2020, p. 100).

Os processos matemáticos que se seguem são referentes às ações que os alunos devem desenvolver frente aos problemas propostos, como: formular situações matematicamente apresentadas na medida de 25% dos itens, nas quais eles podem fazer relações simples e se prepararem para situações contextualizadas; empregar conceitos, fatos, procedimentos e raciocínios matemáticos, numa porcentagem de 50%; relacionar-se à capacidade de aplicação de conhecimentos na resolução de problemas, e, por fim, interpretar e avaliar resultados matemáticos que aparecem em 25% dos itens, sendo um processo mais complexo exigido dos alunos.

Em se tratando dos conteúdos matemáticos, no tópico “Variações e Relações”, as habilidades referentes à álgebra aparecem em 25% dos itens. Este tópico almeja observar se o aluno compreende tipos de variação que podem ocorrer em um objeto matemático, reconhecendo quando podem ocorrer essas variações, a fim de descrevê-las em modelos matemáticos. Além da capacidade de trabalhar com funções e álgebra, incluindo expressões algébricas, equações e inequações, representação de dados em gráfico ou em tabelas, são fundamentais para a descrição, modelagem e interpretação de variações e relações.

O teste de matemática aplicado no PISA contou com 70 itens, dos quais 17 se referiam a variações e relações, seguindo, de forma aproximada, os 25% esperados. A média alcançada no Brasil foi de 384 pontos, 108 pontos abaixo da média de todos os estudantes que realizaram a avaliação. No Quadro 7 estão descritas as capacidades dos alunos de acordo com cada nível e *score* mínimo estabelecido pela avaliação do PISA.

Quadro 7 – Classificação, por nível, da prova de matemática no PISA, de acordo com as características das tarefas

Nível	***Score* mínimo**	**Características das tarefas**
Abaixo de 1	-	A OCDE não especifica as habilidades desenvolvidas.
1	358	No Nível 1, os estudantes são capazes de responder questões que envolvem contextos familiares, nas quais todas as informações relevantes estão presentes, e as questões estão claramente definidas. Conseguem identificar informações e executar procedimentos rotineiros, de acordo com instruções diretas, em situações explícitas. Conseguem realizar ações que são, quase sempre, óbvias e que decorrem diretamente dos estímulos dados.
2	420	No Nível 2, os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não exigem mais do que inferências diretas. Conseguem extrair informações relevantes de uma única fonte e utilizar um único modo de representação. Conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções básicas para resolver problemas que envolvem números inteiros. São capazes de fazer interpretações literais de resultados.
3	482	No Nível 3, os estudantes são capazes de executar procedimentos descritos com clareza, inclusive aqueles que exigem decisões sequenciais. Suas interpretações são seguras o suficiente para servirem de base à construção de um modelo simples ou à seleção e aplicação de estratégias simples de resolução de problemas. São capazes de interpretar e de utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e de raciocinar diretamente com base nelas. Demonstram alguma capacidade para lidar com porcentagens, frações e números decimais, e para trabalhar com relações de proporcionalidade. Suas soluções indicam que eles se envolvem em interpretações e raciocínios básicos.

4	545	No Nível 4, os estudantes são capazes de trabalhar de maneira eficaz com modelos explícitos em situações concretas complexas, que podem envolver restrições ou exigir formulação de hipóteses. São capazes de selecionar e de integrar diferentes representações, inclusive representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações da vida real. Conseguem utilizar seu conjunto limitado de habilidades e raciocinar com alguma perspicácia em contextos diretos. São capazes de construir e de comunicar explicações e argumentos com base em suas interpretações, argumentos e ações.
5	607	No Nível 5, os estudantes são capazes de desenvolver modelos para situações complexas e trabalhar com eles, identificando restrições e especificando hipóteses. Conseguem selecionar, comparar e avaliar estratégias adequadas de resolução de problemas para lidar com problemas complexos relacionados a esses modelos. Conseguem trabalhar estrategicamente, utilizando um vasto e bem desenvolvido conjunto de habilidades de pensamento e de raciocínio, representações conectadas de maneira adequada, caracterizações simbólicas e formais, e percepção relativa a essas situações. Começam a refletir sobre suas ações e são capazes de formular e de comunicar suas interpretações e raciocínios.
6	669	No Nível 6, os estudantes são capazes de conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e na modelagem de problemas complexos, e são capazes de usar seu conhecimento em contextos relativamente não padronizados. Conseguem estabelecer ligações entre diferentes fontes de informação e representações, e transitar entre elas com flexibilidade. Evidenciam um pensamento e um raciocínio matemáticos avançados. São capazes de associar sua percepção e sua compreensão junto com um domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais para desenvolver novas abordagens e estratégias que lhes permitam lidar com situações novas. Conseguem refletir sobre suas ações e formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões relacionadas às constatações, interpretações e argumentações que elaboram; são ainda capazes de explicar por que razão estas são adequadas à situação original.

Fonte: INEP/MEC 2020.

As distribuições por nível, dentro dos seis níveis estabelecidos em *scores* que vão de 358 a 669, incluem também o nível abaixo de 1, com *scores* inferiores a 358. É possível perceber uma altíssima concentração no nível abaixo de 1, com 41% dos estudantes que realizaram a avaliação nesse nível. Não há nem mesmo especificação de habilidades das tarefas de estudantes que se encontram nesse nível, porém, conforme indicações, estão abaixo do básico.

A segunda maior concentração está no nível 1, com 27,1%. Para esse nível é esperado que o aluno entenda tarefas com proposições claras, em contextos explícitos, quase sempre ligadas a situações óbvias. Ainda é possível verificar que os níveis com *score* acima de 600, sendo eles 5 e 6, têm a presença percentual de 0,8 e 0,1 dos estudantes, respectivamente.

Observando-se as médias nas dependências administrativas, as escolas particulares saem na frente com média 473, seguido pelas federais, 469. Na sequência, as estaduais têm média 374, e, por fim, as municipais, 314. Neste caso, as redes municipais obtiveram média para estarem no nível abaixo de 1.

A região Sudeste foi a que teve maior índice de participação na avaliação, sendo que 42,6% dos estudantes eram dessa região. Contudo, isso não refletiu diretamente na média, ficando atrás das regiões Sul e Centro-Oeste. As médias por região foram 401 no Sul, 396 no Centro-Oeste, 392 no Sudeste, 366 no Norte e 363 no Nordeste.

Os resultados apontados pelo PISA também reforçam o que se vê através de dados do SAEB, que existe uma grande defasagem de alguns conteúdos, por vezes, básicos. É necessário analisar esses dados à luz do que se conhece das teorias sobre aprendizagem e buscar reformular processos em busca de uma melhor aprendizagem de cada aluno. Conforme o próprio relatório do PISA 2018, essa avaliação não mede apenas habilidades diretas, mas avalia a capacidade de utilizar conhecimentos matemáticos para atividades cotidianas.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este capítulo compreende o desenvolvimento da metodologia de resolução de problemas em matemática, desde seu surgimento em dado contexto histórico até o formato mais atual que embasa essa pesquisa. A descrição dos 10 passos propostos por Allevato e Onuchic (2014) apresenta uma possibilidade prática da aplicação da resolução de problemas nas aulas de matemática, sendo a metodologia que sustenta a SD proposta.

3.1 Contexto e fundamentação teórica da resolução de problemas

A consolidação da resolução de problemas como uma teoria matemática não é tão antiga, embora desde sempre resolver problemas seja uma atitude inerente ao fazer matemático. De acordo com Morais e Onuchic (2014), um primeiro movimento é se preocupar em dar mais sentido à resolução de problemas, na apresentação da teoria do conexionismo, de Thorndike (1921), em oposição à teoria da disciplina mental, que vigorava até então.

O foco da teoria da disciplina mental era treinar faculdades, como a percepção, a memória, a intuição ou razão, a imaginação e a compreensão. Para essa corrente de pensamento, quando se treina uma dessas faculdades, há uma transferência para as demais. Assim, Thorndike (1921) se contrapôs a essa teoria e propôs o conexionismo, no qual a aprendizagem consiste em adição, eliminação e organização de conexões (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

Para Thorndike (1921), os problemas matemáticos propostos para a aprendizagem deveriam fazer sentido à vida real. O autor propõe diversos problemas nessa linha e apresenta, em seu livro Os novos métodos na aritmética (1921), uma sequência de técnicas que deveriam ser observadas na resolução de problemas, que são apresentadas por Morais e Onuchic (2014), conforme a seguir:

> 1) Se você sabe ao certo como resolver o problema, então siga em frente e resolva; 2) se você não enxerga uma forma de resolver o problema, considere a questão, os dados e a sua utilização e faça as seguintes perguntas a você mesmo: Qual pergunta é feita? O que eu faço para descobri-la? Como devo usar esses dados? O que eu devo fazer com esses números, e o que eu conheço sobre eles?; 3) Planejar o que você irá fazer, e porquê, e organizar o seu trabalho de modo que você saiba o que você fez; 4) Cheque as respostas obtidas para ver se valem e se o raciocínio feito está de acordo com o que solicitou o problema (THORNDIKE, 1921, p.138-139).

Morais e Onuchic (2014) destacam que, nesse processo, passou-se a se pensar mais a respeito dos significados produzidos pelos problemas, ou seja, olhar mais para o produto que se desejava do que apenas para o processo, como ocorria na teoria da repetição. Percebe-se, principalmente nos Estados Unidos, essa nova lógica na corrente da teoria significativa de Willian Brownell. Foi nesse cenário que surgiu George Polya (1995), pesquisador e professor universitário que escreveu um dos livros mais populares da matemática: *A arte de resolver problemas:* um novo aspecto do método matemático.

Nascido na Hungria, Polya ganhou destaque após se tornar professor universitário nos Estados Unidos. Neste período, ele se tornou a maior autoridade com relação à resolução de problemas naquele país e no mundo. Em seu livro *A arte de resolver problemas:* um novo aspecto do método matemático (1995), o autor apresenta quatro passos que considera cruciais para se resolver um problema: 1) compreender o problema; 2) estabelecer um plano; 3) executar o plano, e 4) examinar a solução obtida (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

Para Neres e Costa (2018), o quarto passo de Polya é o mais importante, pois é um momento que propicia a depuração e abstração do resultado obtido. Nesta fase se faz uma revisão sobre a resolução e se questiona sobre haver ou não uma outra possibilidade de resolução para aquele problema. Por fim, nesta etapa é possível verificar se de fato os procedimentos tomados e a solução encontrada satisfazem o enunciado do problema (NERES; COSTA, 2018).

Na década de 1960, intensificaram-se as pesquisas sobre a resolução de problemas. Grande parte destas trabalhava sobre reflexões da teoria proposta por Polya. Em 1970, Polya, ao lado de Edith Biggs e Efrain Fischbein, falou sobre a resolução de problemas no Segundo Congresso Internacional de Educação Matemática. Na ocasião, Polya estava sendo homenageado e, em seu discurso, destacou fundamentos filosóficos, direcionando a resolução de problemas para ser considerada como estratégia de ensino.

Em 1980, o Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos (NCTM) publicou um livro chamado: *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar*. Esse livro era uma coletânea de 22 artigos, dos quais o primeiro era de George Polya. De acordo com Morais e Onuchic (2014), outros movimentos já tinham ocorrido antes da resolução de problemas, como o da matemática moderna, que influenciou currículos nos Estados Unidos nas décadas de 1950 a 1970. A influência da matemática moderna chegou, inclusive, até ao Brasil, por intermédio de pesquisadores em cursos e palestras.

O movimento da matemática moderna se propunha a questionar como a matemática vinha sendo ensinada principalmente no ensino secundário. Críticas eram feitas ao excesso de demonstrações e da exaltação dos aspectos teóricos que, por vezes, dificultavam a aprendizagem dos alunos. Assim, pretendia-se, através de diversos debates, construir uma forma de modernizar o ensino de matemática por meio de mudanças curriculares que refletissem na formação de professores e estudantes (SOARES, 2008).

Todavia, percebeu-se que, mesmo com a inserção dos ideais da matemática moderna, os resultados dos alunos em países com essa abordagem estavam ficando abaixo de outros países com abordagens diferentes. Portanto, era hora de mudar a estratégia. Nesse cenário em que a resolução de problemas ganhou força, sua ocorrência ainda é de um modo muito limitado, apenas como problemas com enunciado (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

Entender a essência da resolução de problemas era fundamental para sua correta utilização na prática, produzindo, assim, os resultados que se queria alcançar. Schroeder e Lester fizeram apontamentos sobre três situações consideradas na resolução de problemas: “1) ensinar sobre resolução de problemas, 2) ensinar para resolver problemas e 3) ensinar via resolução de problemas” (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 29).

A primeira situação estaria mais alinhada às concepções de Polya. Para ele, era necessário que os professores soubessem ser bons resolvedores de problemas e, deste modo, também passariam essa característica para os estudantes. A segunda situação é uma pequena variação e concentra-se em como a matemática é ensinada para a resolução de problemas, apresentando primeiro o conteúdo matemático, para, na sequência, praticar por problemas. Por fim, ensinar via resolução de problemas seria o caminho desejável, no qual, através do problema, o aluno construiria seu fazer matemático (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

Os esforços do NCTM culminaram na elaboração do *Standards 2000*, que trazia orientações importantes aos professores, enunciando seis princípios para a educação: equidade, currículo, ensino, aprendizagem, avaliação e tecnologia. Foram apresentados também cinco padrões de conteúdo: números e operações, álgebra, geometria, medida, análise de dados e probabilidade. Por fim, tinha cinco padrões de procedimento, sendo o primeiro deles a resolução de problemas, seguido de raciocínio e prova, comunicação, conexões e representação (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

É possível perceber todos os esforços que foram sendo feitos ao longo das últimas décadas, principalmente da metade do século passado até os dias de hoje. Foi um processo que recebeu um impulso de Polya e teve muitos seguidores com foco em ensinar estratégias para resolver problemas. Outra corrente focava no fato de que a resolução de problemas vinha como estratégia de fixação do conteúdo após este já ter sido apresentado ao estudante.

Em um tempo mais recente é que a resolução de problemas ganhou características de estratégia de ensino, através da qual o aluno se torna sujeito ativo em sua aprendizagem, baseada nas descobertas e no levantamento de hipóteses e testes até chegar à solução final. Desse ponto em diante ela passou a ser realmente uma metodologia que os professores podem utilizar para potencializar a aprendizagem de seus alunos.

3.2 A metodologia de resolução de problemas na prática

A educação brasileira, no século passado, foi marcada por diversos processos de mudanças políticas. No entanto, de forma geral, percebemos que a didática esteve a serviço do tecnicismo, com saberes práticos para serem aplicados conforme as demandas nacionais. No período militar, por exemplo, como salientado por Veiga (2006), o alvo estava na eficiência e na eficácia, e esse padrão era estabelecido para o professor e acabava por ser repassado aos alunos.

Com o advento da redemocratização no Brasil, se viram abertas novas possibilidades, e a educação começou a ganhar destaque a partir da LDB 9.394/96 e da constituição dos PCN. Há nos PCN um apontamento sobre a resolução de problemas, considerada como ponto de partida para a atividade matemática. Desta maneira, é possível perceber que as pesquisas internacionais que apontavam essa teoria como estratégia possível e necessária para a matemática escolar tiveram também reflexos no currículo brasileiro (BRASIL, 1998).

Assim, o início de um novo século apresenta um novo desafio: a era da tecnologia. Computadores, acesso à internet e telefonia facilitaram a forma de comunicação a distância, dentro de uma mesma nação e em todo o mundo. Nesse novo tempo, de acordo com Coutinho e Lisbôa (2011), novos desafios são trazidos para a educação, com a intensa circulação de informações, criando-se formas de conhecimento e de aprendizagem.

Nesse cenário do século XXI, após um longo tempo sendo guiada pelos PCN, e mais recentemente pelas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) (BRASIL, 2013), a educação brasileira presenciou a concretização de uma BNCC no ano de 2018, 20 anos após os PCN. A BNCC (BRASIL, 2018) também aponta a resolução de problemas como um dos processos matemáticos, que é, ao mesmo tempo, objeto e estratégia de ensino.

Embora houvesse essa consideração a respeito da resolução de problemas e ela aparecesse como processo ou estratégia nos documentos oficiais que regem o currículo brasileiro para a matemática, ainda era necessário um aprofundamento. No segundo capítulo do livro *Resolução de Problemas* – Teoria e Prática, que aborda a metodologia de resolução de problemas num processo de ensino-aprendizagem-avaliação, as autoras Allevato e Onuchic (2014) afirmam que a introdução da resolução de problemas como promotora de aprendizagem significativa e efetiva ainda não estaria clara aos professores.

Destaca-se a importância da Profa. Dra. Lourdes de La Rosa Onuchic, pesquisadora de resolução de problemas, que orientou e instigou muitas pesquisas e discussões sobre o tema no Brasil. Seu trabalho no Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) da UNESP de Rio Claro já trouxe grandes contribuições à teoria e a prática via resolução de problemas. Esses trabalhos têm reconhecimento nacional e internacional, dados sua relevância e seu aprofundamento no tema.

A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, por meio da resolução de problemas, foi apresentada pela primeira vez por Onuchic e Allevato, em 2011. As autoras destacam que a fusão dos três termos não lhes atribui um movimento homogêneo, pois ensino, aprendizagem e avaliação têm significados distintos em matemática e podem ocorrer em momentos diferentes. O que o termo pretende ressaltar, efetivamente, é que, a partir do uso da metodologia, o processo de ensino ocorre simultaneamente à aprendizagem dos alunos, e a avaliação de forma contínua e formativa.

O fato é que, no desenvolver da metodologia proposta, os alunos trabalham conjuntamente, e o professor faz o processo de mediação. A avaliação da aprendizagem deve estar mais ligada ao processo de aprendizagem, e não somente ao julgamento dos resultados obtidos. Ou seja, neste sentido, a avaliação também deve estar a serviço da aprendizagem, e não somente ser um indicador quantitativo desta (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Nesse processo, espera-se que o aluno analise suas soluções de forma que a sua produção esteja ligada ao seu pensar matemático, no qual se constroem as justificativas para as soluções encontradas. Outro ponto relevante é o próprio problema. A aprendizagem, através dessa metodologia, parte de um problema que não tenha uma regra preestabelecida de, por e onde começar ou como fazer para se chegar à resposta (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Pontos que reforçam a importância do uso da resolução de problemas como metodologia e que privilegiam o ensino e a aprendizagem da matemática foram difundidos em pesquisas de Onuchic e Allevato (2004) e Van de Walle (2001). Salienta-se “dar sentido ao que se aprende”, a criação da capacidade de pensar matematicamente, a própria confiança e a autoestima dos estudantes, dados constantes da avaliação para serem utilizados pelo professor e uma formalização por parte do professor que faz sentido aos alunos.

O desenvolvimento dessa metodologia, conforme proposta por Allevato e Onuchic (2014), se iniciou antes, em 1999, quando, num grupo de estudos formado por 45 professores, se desenvolveu o primeiro esboço da metodologia atual, que contava com as seguintes etapas: formar grupos e entregar uma atividade; informar o papel do professor; registrar os resultados na lousa; realizar uma plenária; analisar os resultados; buscar um consenso e fazer a formalização (ONUCHIC, 1999).

O segundo momento foi quando as autoras propuseram as nove etapas, no ano de 2011, para tornar a metodologia a mais prática e possível a ser utilizada nas salas de aula, visto que, nos últimos anos, o que ser notou foi uma quantidade significativa de alunos que sabiam cada vez menos matemática. As nove etapas propostas foram: (1) preparação do problema; (2) leitura individual; (3) leitura em conjunto; (4) resolução do problema; (5) observar e incentivar; (6) registro de soluções na lousa; (7) plenária; (8) busca do consenso, e (9) formalização do conteúdo (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Avançando um pouco mais nas pesquisas sobre a resolução de problemas, ocorreram duas mudanças: a modificação do termo do primeiro passo, que antes era chamado de preparação do problema para a proposição do problema, e um novo passo, o décimo, que é a proposição e resolução de novos problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014). Na proposição do problema gerador é necessário que esteja bem clara a intenção do professor com relação à aprendizagem, e este problema pode ser selecionado ou então criado de forma autoral pelo professor.

Propor e resolver novos problemas, que constitui o décimo passo, pode ser da parte do professor, quando ele observa que é necessário um outro problema para que o aluno de fato reforce a ideia ou consiga desenvolver o que não foi possível no primeiro problema proposto. Pode também ser realizado pelos próprios alunos, criando problemas para que os colegas os resolvam. O Quadro 8 apresenta um breve descritivo dos trabalhos de Onuchic e Allevato (2011) e Allevato e Onuchic (2014), para cada etapa proposta na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação por meio da resolução de problemas.

Quadro 8 - Os passos da metodologia de resolução de problemas propostos por Onuchic e Allevato

Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas	
1) Proposição do problema	Problema selecionado pelo professor ou apresentado pelo aluno. É o problema gerador, pois visa à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento.
2) Leitura individual	O aluno recebe o problema impresso e faz a sua primeira leitura, buscando compreender o problema.
3) Leitura em grupo	Em pequenos grupos os alunos se reúnem para fazer uma nova leitura do problema, discutindo-o.
4) Resolução do problema	Nesse momento os grupos buscam levantar hipóteses e discutir com os demais, fazendo registros escritos, seja na linguagem própria da matemática ou lançando mão de outras formas de registro.
5) Observar e incentivar	Nessa etapa o professor observa as resoluções dos alunos, incentiva-os para que busquem conhecimentos prévios que auxiliem naquele momento e não faz correções como certo ou errado.
6) Registro das resoluções na lousa	Um representante de cada grupo faz o registro na lousa da solução a que o grupo chegou.
7) Plenária	Momento em que os alunos buscam justificar suas ideias, defender seu ponto de vista e ouvir as ideias apresentadas pelos colegas.
8) Busca do consenso	A partir das ideias apresentadas os alunos buscam chegar a um consenso; esse momento é muito enriquecedor para o desenvolvimento da leitura e escrita matemática.
9) Formalização do conteúdo	O professor apresenta uma resolução formal, organizada em linguagem matemática, com padrões e procedimentos, destacando diferentes técnicas operatórias e construindo demonstrações se necessário.
10) Proposição e resolução de novos problemas	Novos problemas relacionados ao problema gerador são propostos para verificar e analisar se a compreensão foi atingida, possibilitando uma ampliação e um aprofundamento do tópico matemático.

Fonte: Allevato e Onuchic (2014).

Van de Walle (2001) defende a resolução de problemas como a principal estratégia de ensino da matemática. Para o autor, através dessa metodologia o processo começa do ponto em que se encontram os alunos, e não de onde estão os professores, ignorando o que os alunos já sabem. Esse processo também permite ao professor avaliar o crescimento do aluno de forma contínua e fazer inserções mais precisas quando necessário.

Segundo Allevato e Onuchic (2014), essa metodologia beneficia o desenvolvimento de um pensamento matemático mais sofisticado. A aprendizagem de conceitos e habilidades matemáticas se dá num espaço de investigação através da resolução de problemas. Tal metodologia também é considerada por Onuchic e Allevato (2011) como uma filosofia de educação matemática, pois busca articular a pesquisa e o currículo, na tentativa de elucidar o caminho entre os procedimentos adotados e as ações visualizadas.

Em todo o contexto exposto, a metodologia de resolução de problemas ganha um papel de extrema importância na ação do professor enquanto ensina e na ação do aluno como autor de sua própria aprendizagem. Além disso, o processo avaliativo torna-se mais viável e justo, uma vez que ocorre ao longo do processo de forma contínua, com a possibilidade de redirecionar o percurso sempre que sejam encontradas dificuldades pelos alunos.

De acordo com Onuchic e Allevato (2014), as situações em que a metodologia tem sido empregada em sala de aula, em qualquer nível, têm se mostrado muito promissoras e apontam a necessidade de esforço dos professores de matemática nessa direção, para que de fato o aluno esteja no centro do processo. Cabe ressaltar que a aprendizagem se torna mais completa em seu sentido, visto que o aluno não recebe o conhecimento pronto para depois ser aplicado, mas sim descobre e desenvolve no processo para então vir a finalização do assunto.

4 METODOLOGIA

Este capítulo trata da metodologia utilizada nesta pesquisa. Serão expostas a abordagem a ser seguida, a natureza e a característica dessa pesquisa. Também apresentar-se-ão os procedimentos a serem seguidos, a forma de análise dos dados, bem como a realização da própria análise.

4.1 Caracterização da pesquisa

O ponto de partida de uma pesquisa é entender que esta, segundo Gil (2008), é um processo formal e sistemático do método científico, obtendo-se, assim, novos conhecimentos por meio da investigação criteriosa sobre certos problemas presentes na realidade social. Rudio (2009) afirma que compreender essa realidade na pesquisa se refere ao abandono de meras crenças, ilusões e idealizações.

Inicialmente se decidiu por uma abordagem qualitativa ou quantitativa. Flick (2008) aponta que a abordagem qualitativa está mais relacionada a situações subjetivas, das quais se deseja fazer interpretações a partir dos dados levantados. Já a quantitativa estaria relacionada a frequências e distribuições em um foco mais estatístico. Para Minayo (2002, p.15), "o objeto das Ciências Sociais é essencialmente qualitativo".

Num estudo realizado a respeito da consolidação da pesquisa qualitativa no contexto da educação no Brasil, Zanette (2017) afirma que o uso do método qualitativo possibilitou diversos avanços no processo educativo brasileiro. Assim, devido à exploração do objeto de estudo de forma mais crítica, a pesquisa qualitativa permite um olhar mais aprofundado com relação à aprendizagem e como ela ocorre no contexto escolar.

Diante dessas afirmações, classifica-se a atual pesquisa como qualitativa, pois o que se busca na resposta ao problema proposto é uma indicação ao uso da metodologia de resolução de problemas como alternativa no ensino da álgebra. Isso ocorre porque se têm em vista as necessidades apontadas para a aprendizagem dessa unidade temática, trazidas nos resultados de avaliações de larga escala, como no PISA e SAEB.

Portanto, a natureza desta pesquisa, de acordo com Silveira e Córdova (2009, p. 37), “objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos”. Appolinário (2007, p.152) aponta que essas pesquisas focam em “resolver problemas ou necessidades concretas imediatas”.

Desse modo, estreitando-se as características do método qualitativo, Patton (1990) mostra que, neste, há uma predominância de descrições detalhadas de determinadas situações, por meio das quais se observam interações e comportamentos. Para Gil (2008), as pesquisas descritivas podem estudar as características de um grupo, assim como descobrir a associação entre variáveis.

Nesse contexto, porque é utilizada por pesquisadores que têm especial preocupação com situações práticas, é uma das mais solicitadas no meio educacional (GIL, 2008). Nesta pesquisa, descreveram-se os relatórios do SAEB e PISA, bem como foram elencados dados referentes ao produto educacional.

Desse modo, porque essa pesquisa envolve a participação de seres humanos, conforme as Resoluções 466/12 e 510/16 do Conselho Nacional de Saúde, foi necessária a submissão do projeto de pesquisa ao Conselho de Ética em Pesquisa (CEP) para que procedesse com a análise e aprovação da pesquisa. Esta foi aprovada pelo Parecer nº 5.434.564, para então se iniciar a aplicação, após estarem preenchidos os devidos termos de assentimento e consentimento, apresentados nos apêndices.

Os procedimentos referentes à construção da SD, a aplicação em sala de aula e a coleta dos dados serão tratados no capítulo destinado ao produto educacional, bem como o produto de forma completa. Este poderá ser utilizado em sala de aula por professores do 7º ano, destinado a seus alunos, e seguirá anexo a esta dissertação.

4.2 Análise de conteúdo

A análise dos dados coletados será feita pela metodologia da Análise de Conteúdo (AC), de Bardin (2016). Em uma pesquisa, um dos processos mais relevantes é justamente a análise dos dados coletados, ainda mais se tratando de uma pesquisa aplicada. Para isso, observaram-se os três momentos definidos pela AC: 1) a pré-análise; 2) a exploração do material, e 3) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação (BARDIN, 2016, p.125).

A pré-análise se constitui num processo de escolhas para organização do material a ser analisado. Assim, a autora aponta algumas missões dessa fase, sendo a escolha dos documentos, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores que fundamentarão a interpretação final. Tais missões do pesquisador estão sempre interligadas, não sendo necessário que ocorram em ordem cronológica, visto que esse momento de análise inicial é considerado mais aberto (BARDIN, 2016).

A primeira ação indicada pela AC é a leitura flutuante, na qual os materiais que serão analisados são observados de forma mais geral, e é realizada uma imersão para que sejam indicados pontos em comum. Por se tratar de uma pesquisa aplicada, da qual foram levantadas as resoluções dos alunos nos problemas da SD, os documentos escolhidos estarão sob análise.

A primeira categoria foi nomeada erros de resolução, na qual estão alocadas resoluções incompletas ou que apresentam erro de cálculo, problemas com a interpretação do enunciado e, por fim, resolução em que foi observado que o erro está vinculado à falta de conhecimentos prévios para a resolução da atividade. Para a segunda categoria, intitulada desenvolvimento do pensamento algébrico, organizaram-se as resoluções que apresentaram diferentes estratégias de resolução e, também, aquelas que manifestaram uma estrutura ou linguagem algébrica aparente no desenvolvimento da atividade. O Quadro 9, a seguir, apresenta essa organização de forma sintética e de fácil visualização.

Quadro 9 - Categorias e suas características emergentes da análise das resoluções dos problemas realizados pelos alunos

Erros de resolução	**Desenvolvimento do pensamento algébrico**
• Resolução incompleta ou erro de cálculo • Interpretação do enunciado • Falta de conhecimentos prévios	• Diferentes estratégias de resolução • Estrutura ou linguagem algébrica aparente

Fonte: elaborado pelo autor (2022).

A última ação prevista, preparação do material, foi realizada da seguinte maneira: as resoluções dos alunos para cada problema foram digitalizadas, para facilitar o processo de observação e seleção dos exemplos que vão compor o processo de análise. Cada problema foi colocado em uma subpasta de uma pasta maior referente aos problemas que estão dentro da mesma sequência.

Definidas as ações da primeira fase de pré-análise, passou-se então para a exploração do material. Esta é a fase na qual são colocadas em prática todas as ações que já foram definidas durante o processo de pré-análise. É o movimento de sistematização dos dados coletados, organizando-os de acordo com as regras que foram previamente formuladas (BARDIN, 2016).

Na última fase da AC, a atenção está voltada para o tratamento dos dados, de acordo com Bardin (2016, p. 131): “Os dados brutos são tratados de maneira a serem significativos (falantes) e válidos”. Buscar-se-ão, nos dados levantados das resoluções, analogias em situações que possam ser agrupadas dentro das categorias estabelecidas.

Essa última fase requer uma atenção especial do pesquisador, visto que, nesse momento, são feitas as inferências sobre os dados, comparando-se à hipótese inicial levantada e observando-se se é suficiente para atingir o objetivo proposto. A interpretação desses dados deve estar muito focada no conteúdo que eles trazem, por isso é necessário revisitar todo o material que foi previamente organizado, analisando seus aspectos aparentes e em quais categorias se adequam.

O domínio dessa análise de conteúdo é de acordo com o quadro proposto por Bardin (2011), no qual são os códigos linguísticos em seus suportes. Nesta pesquisa, especificamente, será usado o que a autora classifica como icônico, que são sinais, grafismos e fotografias que se apoiam na análise individual de cada resposta, classificada pela autora como "garatujas mais ou menos automáticas, grafites" (BARDIN, 2011, p. 40).

Assim, a partir da imagem de cada resposta dos alunos, se farão inferências a respeito do que se apresenta naquela imagem, descrevendo-a e interpretando-a, para que seja classificada dentro das categorias e subcategorias desenvolvidas durante a leitura flutuante. As unidades de registro que serão obtidas do material serão observadas a partir das resoluções encontradas nas imagens.

4.3 Análise de dados e discussão dos resultados

Conforme apresentado, para a análise de dados dessa pesquisa, foi utilizado o método de análise de conteúdo de Bardin (2016), que é muito utilizado em pesquisas educacionais. Para tanto, foi realizada uma leitura flutuante sobre todos os dados coletados dos alunos nos 18 problemas propostos para as seis sequências, segundo as habilidades propostas para álgebra no 7º ano do ensino fundamental.

Duas categorias englobam os resultados, a dos "erros de resolução" e a do "desenvolvimento do pensamento algébrico". A categoria erros de resolução era vista quando, diante das respostas dos alunos aos problemas, se verificava que eles não chegavam à resposta correta por algum erro ocorrido dentro do processo de resolução. Já quando os alunos conseguiam resolver o problema ou se viam uma mobilização de conhecimentos de base mais aritmética, ou então um desenho da evolução para o pensamento algébrico, as respostas eram classificadas na segunda categoria, desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para a primeira categoria, foram encontradas três características que são capazes de melhor acomodar as resoluções apresentadas pelos alunos. No caso dos erros de resolução, haverá a "resolução incompleta ou erro de cálculo", "interpretação incorreta do enunciado” e “falta de conhecimentos prévios”. Estas são as características visíveis nos problemas que apresentaram erros em sua resolução.

Considera-se uma resolução incompleta, ou erro de cálculo, aquela na qual o aluno desenvolve apenas um esboço inicial de resolução, sem que permita verificar progressão no registro ou que já apresenta erro aparente no cálculo. Para a interpretação incorreta do enunciado, encontram-se respostas que até têm certa estrutura matemática, porém, não atendem ao que era solicitado no problema. Por fim, na falta de conhecimentos prévios, notava-se a necessidade de que o aluno já fosse capaz de bem desenvolver algum conhecimento anterior, de acordo com a organização curricular da matemática.

Com relação à segunda categoria do desenvolvimento do pensamento algébrico, foram apresentadas duas características, sendo “diferentes estratégias de resolução” e “estrutura ou linguagem algébrica aparente”. Deparamo-nos, então, com resoluções corretas, dentro das diferentes estratégias de resolução, alocando-se aquelas que se utilizam principalmente de fundamentos aritméticos. Na estrutura ou linguagem algébrica aparente, via-se um caminho por esquemas, de forma escrita, ou, numa organização pessoal, os traços da linguagem algébrica e das generalizações.

Prosseguindo-se à análise, todos os problemas dos alunos presentes no dia da aula em que foram aplicados serão agrupados nas subcategorias definidas a partir da leitura flutuante. Alguns excertos das resoluções dos alunos que são capazes de demonstrar a forma que se deu essa análise serão expostos, apresentando uma discussão com relação a estes. Cada sequência se finalizará com uma tabela que organiza os dados de todos os alunos para cada problema, dentro das categorias e características específicas.

Nas representações, encontrar-se-ão os códigos referentes aos alunos (E01, E02, …), tal como foram classificados, em ordem alfabética, numa planilha de posse do pesquisador. O código que representa cada habilidade da BNCC é constituído das seguintes partes: indicação do nível de ensino fundamental, seguido de numeração que indica o ano, neste caso, do 7º ano, sendo 07, e, depois, as duas primeiras letras do componente MA para matemática e o número da habilidade em questão, ao final.

Assim, a EF07MA13 trata da 13ª habilidade de matemática do 7º ano do ensino fundamental.

No primeiro dia da aplicação, foram definidos cinco grupos para a realização dos problemas, já que estar em grupo é um dos pontos principais da metodologia de resolução de problemas. A intenção era que esses grupos se alterassem ao longo das atividades, conforme proposto pelo pesquisador e pela professora regente. Contudo, em poucos momentos houve alterações, mantendo-se a formação original.

Quadro 10 - Composição dos grupos de estudantes para a resolução dos problemas da sequência didática

Grupo	Integrantes
1	E11, E17, E18, E21, E27, E30
2	E06, E08, E16, E19, E20, E23, E29
3	E02, E04, E13, E22, E24, E28
4	E07, E09, E12, E14, E15, E25
5	E01, E03, E05, E10, E26

Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Alguns alunos aparecerão apenas nos últimos problemas propostos, pois entraram na escola nesse período e foram convidados a participar do desafio de resolver tais problemas, mesmo não tendo participado dos momentos iniciais. Outro aspecto relevante ao longo da aplicação foi a questão das faltas, porque a maioria da turma era composta de alunos da área rural. Em alguns dias, faltavam por problemas diversos, como o tempo chuvoso, por exemplo, e havia menos alunos presentes. Mesmo assim, as atividades foram sempre continuadas pelos alunos que estavam em sala, prezando pelo cumprimento do cronograma estabelecido do pesquisador com a professora regente.

■ 4.3.1 Sequência 1

A primeira sequência de três problemas estava relacionada à habilidade EF07MA13 da BNCC (BRASIL, 2018), dentro do objeto de conhecimento que trata sobre incógnita e variável. Nesse momento inicial, era necessário que os alunos construíssem as ideias de cada conceito, diferenciando-os. Desta maneira, foram propostos três problemas englobando uma situação que pode ocorrer com qualquer criança, principalmente perto de grandes eventos esportivos, como o preenchimento de álbuns de figurinhas temáticos.

No primeiro problema, os alunos deveriam encontrar um valor fixo desconhecido, característico da incógnita, e poderiam utilizar estratégias aritméticas, sem necessidade de cálculo específico algébrico. Já o segundo problema envolvia uma variação de valores de acordo com a quantidade de figurinhas adquiridas, diferente do valor fixo do primeiro problema. Neste problema, estava sendo explorado o conceito de variável. No terceiro e último problema, apareciam ambas as situações emaranhadas.

Os problemas apresentados aos alunos compunham o primeiro passo da metodologia da proposição do problema. Abria-se, então, o momento de leitura, inicialmente individual, de forma silenciosa, e em seguida em grupo, momento em que se percebiam pontos importantes do enunciado. Esse momento de leitura já trazia as hipóteses iniciais dos alunos, que, assim, davam início ao momento da resolução do problema, constituindo-se o quarto passo.

Era realizado o acompanhamento nos grupos, pois, conforme tabela estabelecida anteriormente da composição dos grupos pelos estudantes, assim foram possíveis as discussões e os levantamentos de hipóteses nesses agrupamentos. O papel do professor, nesse momento, não era corrigir algum erro ou até mesmo realizar algum apontamento aos alunos, mas eram feitos apenas novos questionamentos, e os alunos eram incentivados a permanecer na resolução.

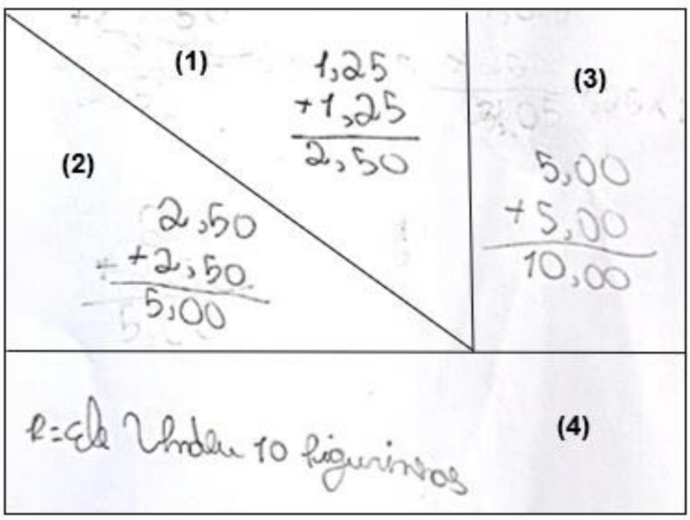
Seguia-se, portanto, para o momento do registro, na lousa, das soluções encontradas. Apontávamos aos alunos que eles não deviam se preocupar com a maneira que iriam expor a ideia, mas apenas em fazer o registro na lousa. Registros feitos, partia-se para o momento da plenária, quando os grupos observavam se a resposta obtida era a mesma. Em seguida discutia-se a forma como cada grupo chegou à resolução.

Buscava-se um consenso entre os grupos com relação à resolução. Nas situações encontradas nos problemas iniciais, percebeu-se que as formas de resolução podiam ser diversas, desde que estivessem baseadas na lógica da matemática, chegando ao momento em que o pesquisador apresentava a formalização do conteúdo matemático em estudo, utilizando as próprias soluções apresentadas pelos alunos.

Como último momento, a professora regente da turma aproveitou para fazer mais alguns acréscimos ao que tinha sido desenvolvido na aula e propôs mais problemas. Na maioria das vezes, a aula acabava nesse momento, pois 50 minutos é o tempo de uma aula inteira para realização de cada problema. Embora tenha consumido um tempo maior com um único problema, a professora se apresentou sempre satisfeita com os resultados alcançados. As demais sequências procederam no mesmo formato de uso da metodologia. Apresentamos em seguida o primeiro problema pertencente a primeira sequência.

Sequência 1. Problema 1: uma banca de jornais começou a vender o álbum e as figurinhas especiais das Olimpíadas de Tóquio 2020. O álbum custa 5 reais, e cada figurinha custa 1 real e 25 centavos. Em um determinado dia, o dono da banca vendeu cinco álbuns, totalizando 25 reais, porém, perdeu as contas de quantas figurinhas havia vendido, sabendo apenas que o total recebido pelas figurinhas foi de 30 reais. Vamos ajudar o dono da banca a descobrir quantas figurinhas ele vendeu?

Figura 3 - Excerto de resolução ao problema 1 da sequência 1



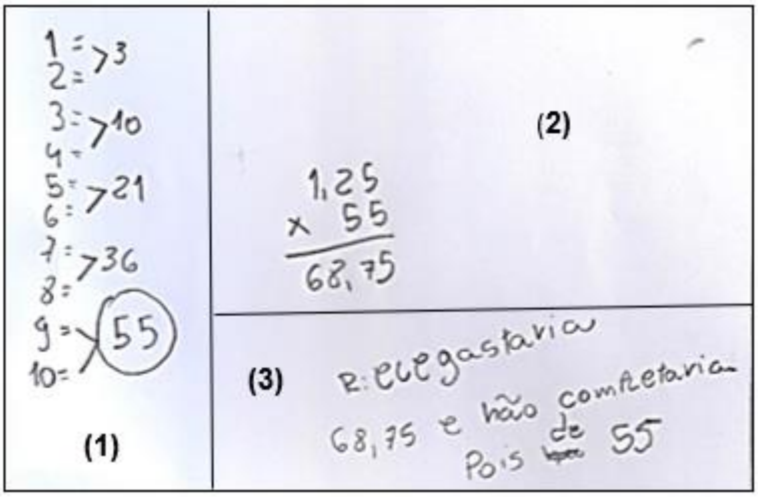
Fonte: acervo do autor, resolução do E19.

Na parte (1) da Figura 3, é possível observar que o aluno inicia a utilização do valor unitário de cada figurinha, realizando a operação de soma, que é continuada nas partes (2) e (3). Todavia, ele não percebe que o valor de R$ 2,50 representa duas figurinhas, e o valor de R$ 5,00 equivale a quatro figurinhas. Nesta situação, era possível o aluno continuar a soma até chegar ao valor de R$ 30,00, no entanto, houve um erro de resolução, no qual o aluno misturou uma quantidade de figurinhas com o valor. Chegou-se, então, na parte (4), ao resultado incorreto de 10 figurinhas, sendo que o correto seria 24 figurinhas.

Nota-se que o aluno retirou do enunciado as informações necessárias para a construção da sua resposta, porém, não conseguiu desenvolver o cálculo corretamente. É bem possível que não houve uma reflexão sobre a resposta e que ele poderia ter utilizado de operação inversa, multiplicando 10 figurinhas pelo valor unitário. Deste modo, reconheceria que o valor encontrado não era o fornecido pelo enunciado. Faltou, neste caso, atenção aos procedimentos de resolução do aluno.

Sequência 1. Problema 2: Zezinho adquiriu o álbum de figurinhas na banca de jornal e decidiu que tentaria completar as 60 figurinhas em 10 dias da seguinte maneira: no primeiro dia, ele compraria uma figurinha; no segundo dia, duas figurinhas, e assim por diante, até que, no 10º dia, compraria 10 figurinhas. Sabendo que as figurinhas custam R$1,25 cada, faça um esquema mostrando quanto ele gastaria em cada dia comprando as figurinhas e, em seguida, some e obtenha o valor total gasto. Verifique também se o total de figurinhas compradas nos 10 dias seria suficiente para preencher o álbum.

Figura 4 - Excerto de resolução ao problema 2 da sequência 1



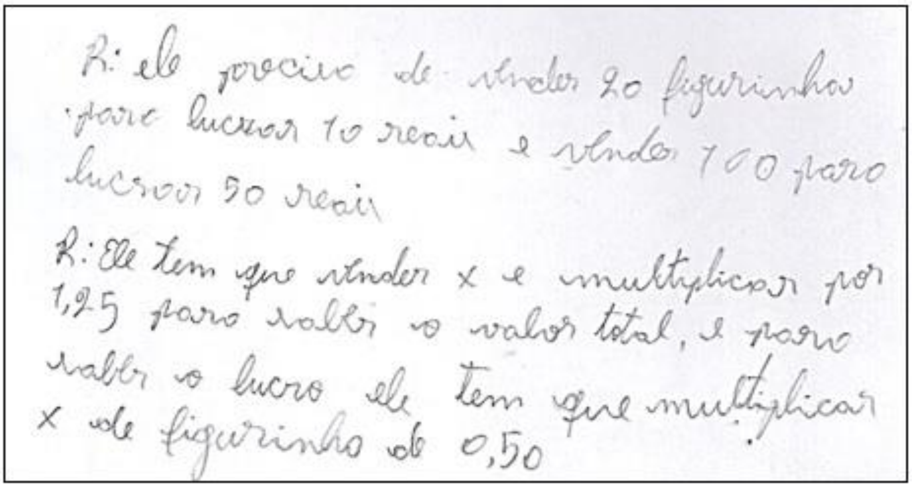
Fonte: acervo do autor, resolução do E04.

Nessa solução apresentada na Figura 4, nota-se uma estratégia de resolução para se obter o valor total e determinar se a quantidade de figurinhas é suficiente. Embora na parte (1) não se encontre o valor gasto por dia, se percebe que o aluno agrupa as quantidades por dia e determina o total comprado nos 10 dias. Em seguida, ele multiplica pelo valor de cada figurinha, apresentando o custo total na parte (2). Na parte (3), se encontra a resposta dada pelo aluno de forma correta, mostrando o total gasto. Deste modo, como o álbum tem 60 espaços para figurinhas e ele adquiriu, de acordo com o padrão, apenas 55, estas não foram suficientes para que ele completasse o álbum.

Nessa resolução, o aluno observou as informações apresentadas no enunciado e criou uma estratégia para obter a resposta. A partir dos agrupamentos realizados, chegou ao valor solicitado e descobriu que a quantidade de figurinhas não foi suficiente para ele completar esse álbum.

Sequência 1. Problema 3: o dono da banca de jornais tem um lucro de R$ 0,50 por cada figurinha vendida. Quantas figurinhas ele precisa vender para conseguir ter R$ 10,00 de lucro? E para ter R$ 50,00 de lucro? Estime o total arrecadado com a venda das seguintes quantidades de figurinhas: 5, 10, 25, 50, 100, 200, 500, 1000, lembrando que o valor de cada uma é de R$ 1,25. Determine, também, o lucro obtido para as mesmas quantidades. Como podemos determinar o valor arrecadado por uma quantidade “n” de figurinhas e o lucro obtido por essas mesmas “n” figurinhas?

Figura 5 - Excerto de resolução ao problema 3 da sequência 1

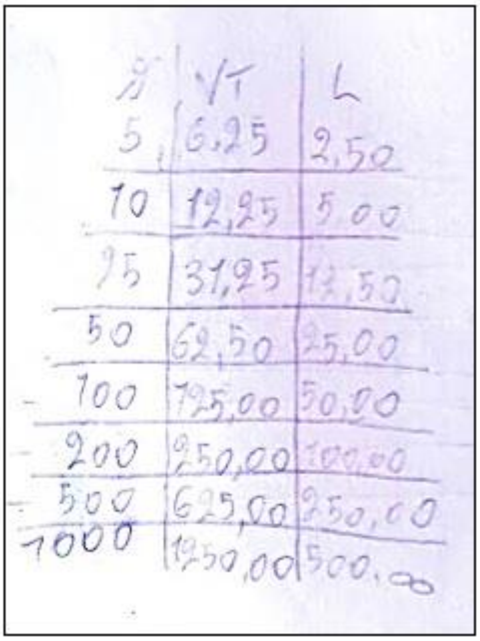

R: ele precisa de vender 20 figurinhas para lucrar 10 reais e vender 100 para lucrar 50 reais
R: Ele tem que vender x e multiplicar por 1,25 para saber o valor total, e para saber o lucro ele tem que multiplicar x de figurinha de 0,50

Fonte: acervo do autor, resolução do E28.

No excerto da resolução da Figura 5, vê-se o exemplo de um aluno que, embora ainda não organize totalmente o conhecimento algébrico de maneira formal, consegue iniciar o processo de desenvolvimento da linguagem algébrica. Nota-se que ele já utiliza o “x” como a representação de um valor qualquer, e a multiplicação dessa quantidade qualquer pelos valores preestabelecidos leva aos valores que se procura encontrar. Na situação deste problema, como pode ser visto na tabela, há mais alunos com o desenvolvimento, mesmo que de forma básica, de uma linguagem algébrica.

Na resolução do aluno já se encontra o desenvolvimento de um pensamento que busca pela generalização, enxergando que aquela regra é válida para uma quantidade qualquer. Assim, surge a representação com um dado valor x, que provavelmente o aluno já tenha ouvido do próprio professor, pois é muito comum tal representação matemática. É possível ainda afirmar que o aluno tenha desenvolvido os cálculos de forma mental e realizado o registro de forma escrita para justificar seu raciocínio.

Figura 6 - Excerto de resolução ao problema 3 da sequência 1



nº	VT	L
5	6,25	2,50
10	12,25	5,00
25	31,25	12,50
50	62,50	25,00
100	125,00	50,00
200	250,00	100,00
500	625,00	250,00
1000	1250,00	500,00

Fonte: acervo do autor, resolução do E28.

O estudante, que inicialmente apresentou a resolução com um pensamento algébrico acima, realizou todo o problema corretamente, quando lhe foi solicitado apontar os valores de venda e do lucro obtido pelas quantidades determinadas. Conforme a Figura 6, o aluno optou pela construção de uma tabela, na qual, em cada linha, colocava o valor referente ao total recebido pela venda e aquele recebido de lucro.

Tabela 1 - Resoluções dos alunos na sequência 1, divididas nas categorias de análise e suas características

Sequência 1			
Problema	**Categoria**	**Característica**	**Estudantes**
1	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E01, E03, E05, E10, E13, E19, E22, E23, E26
		Interpretação do enunciado	-
		Falta de conhecimentos prévios	-

	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E02, E04, E07, E09, E11, E15, E17, E27, E28, E29
		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	E06
2	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E05, E07, E09, E11, E15, E27
		Interpretação do enunciado	-
		Falta de conhecimentos prévios	-
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E01, E02, E03, E04, E06, E10, E13, E24, E26, E29
		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	-
3	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E05, E06, E07, E09, E10, E12, E16, E19, E23, E30, E26, E27, E29
		Interpretação do enunciado	-
		Falta de conhecimentos prévios	-
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E02, E04, E11, E14, E15, E17, E 18, E25
		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	E01, E03, E13, E22, E24, E28

Fonte: elaborada pelo autor (2022).

Nessa primeira sequência, não existiram, pelas resoluções apresentadas, dificuldades relacionadas à interpretação do enunciado e nem a falta de conhecimentos prévios. Com relação aos erros, se iniciou uma resolução incompleta, mas não foi dada continuidade a essa resolução, ou com erro no cálculo, chegando a um resultado inconsistente.

■ 4.3.2 Sequência 2

Na segunda sequência proposta, a habilidade envolvida é a EF07MA14, seguindo a BNCC (BRASIL, 2018), que aborda o tema da recursividade. No caso da recursividade, o documento oficial da BNCC diz que é necessário mostrar aos alunos que esse conceito está também relacionado a outras áreas como às artes e linguagens.

Seguindo nessa linha, o primeiro problema proposto na sequência trouxe uma conhecida cantiga popular para que os alunos notassem a presença das rimas ao longo de sua composição. No segundo problema, obteve-se a questão a partir de quantidades de balas, e, assim, os alunos podiam explorar uma sequência de aumentos constantes e da mesma razão. No último problema da sequência, primeiramente se expôs um pouco da questão dos mosaicos, de sua beleza e da utilização nas artes. Em seguida, apresentou-se uma situação geométrica da divisão de uma figura em outras partes, na qual os alunos tinham que determinar a quantidade de divisões da próxima figura, dando uma justificativa de seu raciocínio.

Sequência 2. Problema 1: observe a cantiga de roda que faz parte do nosso folclore brasileiro:

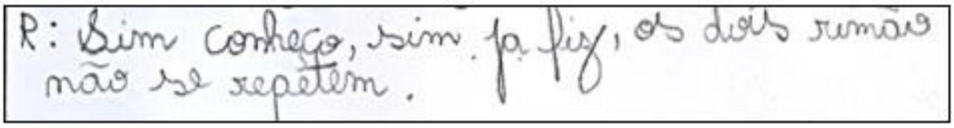
<u>Cirandinha</u>

Ciranda, cirandinha,
Vamos todos cirandar,
Vamos dar a meia volta,
Volta e meia vamos dar.
O anel que tu me deste,
Era vidro e se quebrou,
O amor que tu me tinhas,
Era pouco e se acabou.
Por isso menina agora
Entre dentro dessa roda,
Diga um verso bem bonito,
Diga adeus e vá embora.

(Domínio Público)

Você conhece essa cantiga? Já fez uma ciranda com seus amigos? O que é possível perceber ao final do 2º e 4º versos? Se repete ao longo da cantiga?

Figura 7 - Excerto de resolução ao problema 1 da sequência 2


R: Sim conheço, sim. ja fiz, os dois rimão não se repetem.

Fonte: acervo do autor, resolução do E24.

Essa resolução, na Figura 7, demonstra um problema na compreensão do enunciado. O aluno consegue responder às primeiras perguntas, que são mais pessoais e mobilizadoras, chega até a questão da rima, mas erra na última parte. Talvez a confusão desses alunos tenha sido considerar que a situação específica daquela rima não se repete mais com a terminação da palavra que traz o efeito, quando na verdade se buscava saber deles se havia outro momento na cantiga com o uso do recurso rima.

Nessa situação, em que o aluno deve envolver conhecimentos de outro componente como o da língua portuguesa, seria necessário, no momento da observação e do incentivo do professor, que fossem direcionados questionamentos com relação ao que o aluno entendia por verso, destacando-se os fins dos versos indicados. Poder-se-ia explorar o significado das rimas, como o aluno conseguiu identificar que as palavras rimavam e observar tal ocorrência nas outras palavras, chegando-se, assim, a uma resposta mais completa.

Sequência 2. Problema 2: Zezinho fez um acordo com seu pai para ajudar nas tarefas de limpar e organizar o quintal todos os dias. Deste modo, ele ganharia balas, sendo que a cada dia que se passava seu pai aumentaria a quantidade de balas. Veja, abaixo, a quantidade de balas que Zezinho ganhou nos primeiros quatro dias.

1º dia = 2 balas

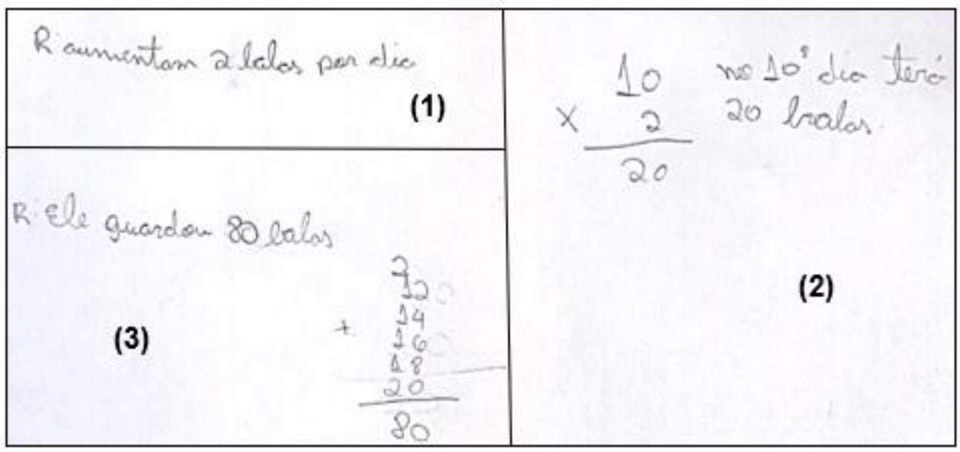
2º dia = 4 balas

3º dia = 6 balas

4º dia = 8 balas

Ao contar as quantidades de balas recebidas, ele percebeu uma regularidade. Você também consegue identificar? Pensando nessa regularidade, ele decidiu calcular quantas balas receberia no 10º dia. Qual quantidade ele encontrou? As balas que ganhou do 1º ao 5º dias foram chupadas, mas as do 6º ao 10º dia foram guardadas. Então, quantas balas Zezinho guardou?

Figura 8 - Excerto de resolução ao problema 2 da sequência 2



Fonte: acervo do autor, resolução do E18.

No excerto da Figura 8, há uma resolução correta com relação ao problema proposto. O aluno consegue, conforme escrito na parte (1), entender que ocorre um aumento constante de duas balas por dia. Na sequência, calcula quantas balas receberá no 10º dia ao auxiliar seu pai, chegando corretamente ao total de 20 balas na parte (2). Com a última parte proposta, ele deveria somar as quantidades recebidas do sexto ao 10º dia, que foi feito corretamente, chegando ao total de 80 balas, representado na parte (3) da imagem.

Nesse problema há uma excelente oportunidade de explorar a questão dos múltiplos, pois, se o aluno observa atentamente, entende que se trata dos múltiplos de 2 para cada dia. Provavelmente é o que fez com que ele multiplicasse o 10º dia por 2 para chegar ao total de balas. Logo, no ponto de soma do sexto ao 10º dia, há uma quantidade pequena de termos, mas já se abrem as portas para que, no futuro, se adentre a soma dos termos de uma progressão aritmética. Desta maneira, será possível incluir o termo razão, que é o aumento constante que ocorre na sequência.

Sequência 2. Problema 3: os mosaicos são construções artísticas em que muitas vezes se usam repetidas vezes a mesma figura geométrica. Essas figuras geométricas reunidas formam belas obras. Veja, a seguir, um exemplo:

Figura 9 - Exemplo de mosaico artístico

Fonte: acervo do site PIXNIO (domínio público).

Agora, imagine que um aluno resolveu construir um mosaico e o desenhou em uma cartolina para expor na sala, em uma aula de arte. Ele escolheu a sequência a seguir.

Figura 10 - Sequência de divisões em uma figura geométrica

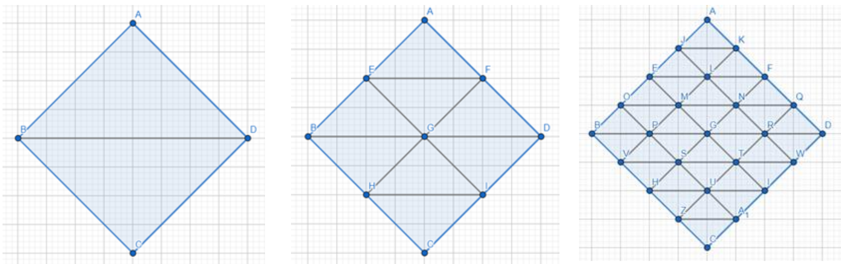
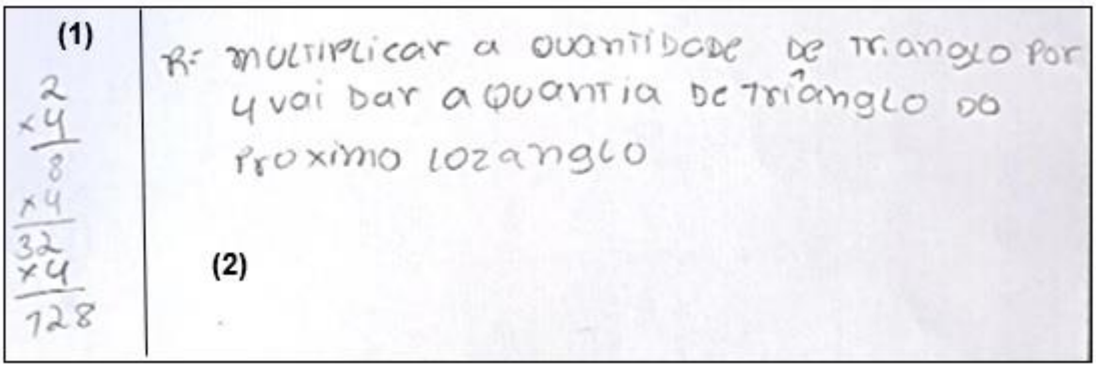


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Fonte: elaborada pelo autor (2022).

Você seria capaz de determinar a quantidade de triângulos presentes na próxima figura? Como chegou a essa conclusão?

Figura 11 - Excerto de resolução ao problema 3 da sequência 2



Fonte: acervo do autor, resolução do E22.

Na resolução do terceiro problema, como se vê acima, o aluno apresentou a justificativa escrita, de maneira que conseguiu determinar qual seria o valor na próxima figura, na parte (2). Os cálculos também foram deixados na folha, na parte (1), mostrando que realmente aquela regularidade era válida. Aqui não se pediu a quantidade de uma figura mais a frente, pois a intenção era observar a regularidade, e não a construção da fórmula especificamente, embora isso possa ser explorado por professores durante a aplicação do problema.

Na resolução desse problema, o aluno multiplicou os valores e conseguiu compreender conseguindo compreender a regularidade que existe, no caso, uma razão de multiplicação 4, pois cada triângulo se dividia em quatro novos. É muito comum em sequências de figuras que os alunos anotem as quantidades presentes em cada figura, visto que a análise da regularidade numérica pode ser mais clara. Já para outros, a representação através de figuras pode melhor auxiliar sua aprendizagem. Nesse problema, existe a possibilidade da introdução do pensamento que levará os alunos até as progressões geométricas no futuro.

Um aspecto a ser destacado, que pode ser notado em outros exemplos, são alguns erros de escrita da língua portuguesa cometidos pelos alunos. Nesta situação, o pesquisador, juntamente com a professora regente, preferiu não interferir no processo de resolução com intervenções nesse sentido. No momento de registro na lousa e plenária, se fizeram tais considerações e, na formalização, se buscou sempre manter a linguagem em padrão formal.

Tabela 2 - Resoluções dos alunos na sequência 2, divididas nas categorias de análise e suas características

Sequência 2			
Problema	**Categoria**	**Característica**	**Estudantes**
1	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E09, E12, E14, E15, E16, E19
		Interpretação do enunciado	E01, E02, E03, E04, E05, E10, E13, E24, E26, E28, E29
		Falta de conhecimentos prévios	-
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E06, E07, E17, E20, E27
		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	-
2	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E04, E06, E12, E14, E15, E20, E26
		Interpretação do enunciado	-
		Falta de conhecimentos prévios	-
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E01, E02, E09, E10, E11, E13, E16, E18, E21, E22, E23, E25, E27, E28, E29
		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	-
3	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E12, E13, E14, E15, E25
		Interpretação do enunciado	-
		Falta de conhecimentos prévios	-
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E01, E02, E04, E06, E09, E10, E11, E16, E18, E20, E21, E22, E23, E26, E27, E28, E29

		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	-

Fonte: elaborada pelo autor (2022).

Novamente, nessa sequência, não se percebeu que a falta de algum conhecimento prévio específico afetou de forma expressiva a realização dos problemas propostos. Embora, para sequências não recursivas, se possa usar a construção de fórmulas algébricas que determinem valores numa posição qualquer da sequência, não ocorreu aqui nenhuma manifestação dos alunos nesse sentido. Chegou-se, no máximo, a uma descrição escrita da regra operacional que estava sendo ali operada. Já em relação à falta de compreensão do enunciado, houve um problema no qual os alunos não conseguiram atender o que se esperava.

■ 4.3.3 Sequência 3

A terceira sequência de problemas explora a habilidade EF07MA15 da BNCC, na qual o foco estará na utilização de simbologia algébrica para representar regularidades em sequências numéricas. A partir dos conhecimentos adquiridos pelos alunos nas duas sequências anteriores, espera-se, nessa sequência, eles já consigam fazer determinações com mais facilidade, ou com menos estranheza a esse formato de representar uma situação matemática.

O primeiro problema dessa sequência abordará uma sequência de números ímpares, provavelmente a primeira relação aparente que os alunos levantarão, para então iniciarem o processo de determinação da expressão geral. No segundo problema, figuras são montadas com palitos, e questiona-se a quantidade de palitos nas figuras seguintes e se é possível determinar a quantidade em uma figura “n” qualquer. No terceiro problema, fornecia-se a forma escrita da fórmula solicitada, e o aluno precisaria apresentar em linguagem matemática e realizar os cálculos solicitados.

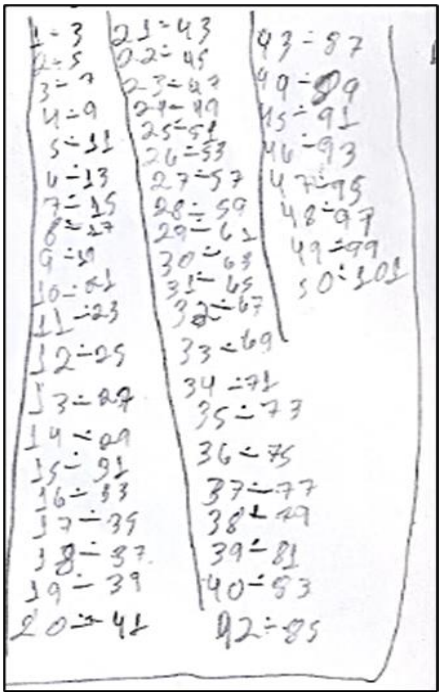
Mais uma vez serão utilizados alguns exemplos de situações encontradas em cada problema, através das quais foi possível dividir as resoluções dos alunos dentro das categorias e suas características. A exemplo, uma resolução que, feita corretamente, não apresentou linguagem algébrica, ficou apenas na característica de estratégias diversas de resolução. Apenas resoluções que já tinham apresentado indícios claros de expressões algébricas apareciam na característica com pensamento algébrico aparente.

Sequência 3. Problema 1: um professor de matemática do 7º ano, de certa escola, resolveu desafiar sua turma ao propor uma sequência numérica para que eles observassem se havia nela regularidade. Os primeiros números são representados abaixo:

3, 5, 7, 9, 11 ...

Quais regularidades a turma observou na sequência? Se a posição for chamada de "n", é possível determinar uma fórmula que determine um termo em qualquer posição? Determine o termo na 50ª posição.

Figura 12 - Excerto de resolução ao problema 1 da sequência 3



Fonte: acervo do autor, resolução do E05.

A Figura 12 não precisou de divisões, pois é possível acompanhar o pensamento do aluno realizado ao longo das 50 posições solicitadas. Não se pode negar que o aluno chegou ao resultado solicitado da 50ª posição, e que também compreendeu que a sequência é composta pelos números ímpares, ou então que eles aumentam de dois em dois. Porém, o aluno não conseguiu perceber, nesse excerto de resolução, o quanto, ao determinar a expressão geral, se pode reduzir o tempo gasto com esses cálculos.

Essa atividade visava justamente a instigar os alunos a talvez iniciarem o processo dessa maneira, mas, ao notarem que é mais moroso, deveriam procurar, nos conhecimentos já desenvolvidos, determinar uma solução mais simples. Esse é um ponto interessante a ser destacado no momento da formalização do professor. Resoluções como essa são aceitas, todavia, o aluno pode verificar que pensar algebricamente facilita a obtenção das respostas.

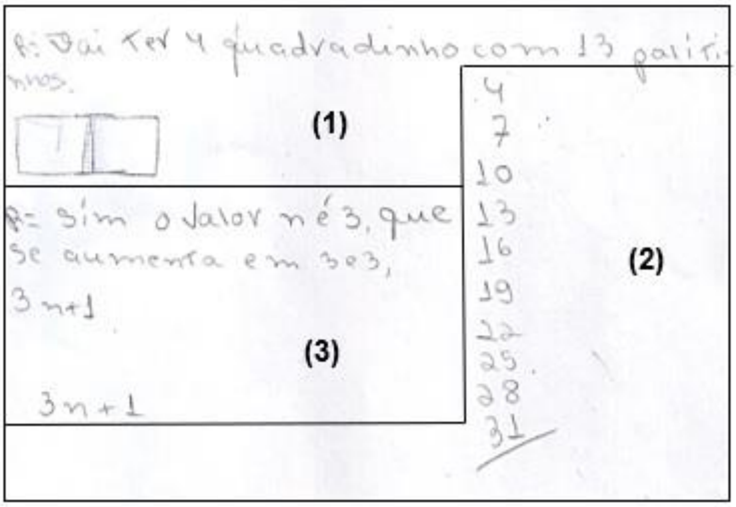
Sequência 3. Problema 2: um grupo de crianças estava jogando o jogo dos palitos. O objetivo é, ao se jogar os palitos, retirar um a um sem que os outros se mexam. Ao fim do jogo, uma das crianças ficou com os palitos e começou a montar as seguintes figuras:

Figura 13 - Sequência montada com palitos coloridos

Fonte: elaborada pelo autor (2022).

Observando-se o padrão da quantidade de palitos em cada figura, quantos estarão na quarta figura? Você consegue determinar a quantidade das 10 primeiras figuras? É possível criar uma fórmula para determinar a quantidade em uma figura n?

Figura 14 - Excerto de resolução ao problema 2 da sequência 3



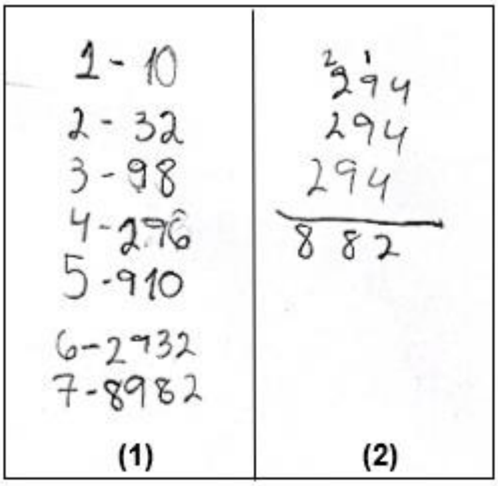
Fonte: acervo do autor, resolução do E07.

Conforme apresentado na Figura 14, a parte (1) representa a resposta do aluno ao questionamento de quantos palitos comporão a próxima figura, atingindo-se, desta forma, corretamente a quantidade de 13 palitos. Na parte (2), o aluno verifica as quantidades presentes nas 10 primeiras figuras e que poderiam ser montadas com os palitos. Claramente o aluno já consegue determinar que ocorre um aumento constante de três palitos para cada nova figura. Na parte (3), ressalta-se a questão da apresentação da expressão algébrica, que pode determinar qualquer termo dessa sequência.

O surgimento da apresentação em linguagem algébrica de forma aparente é que leva a uma das características da categoria de desenvolvimento do pensamento algébrico. Aqui, além de conseguir solucionar o problema corretamente, o aluno consegue chegar ao desenvolvimento da linguagem algébrica. Ele mostra a representação “3n+1” sem a presença do “x” como representação da multiplicação entre o valor e a letra, que se faz presente em muitas respostas dos alunos, mas pode confundi-los nesse momento de utilização de letras na álgebra.

Sequência 3. Problema 3: um jogador resolveu fazer uma semana de grandes apostas. Pensando em como organizaria os sete dias apostando, resolveu que apostaria sempre o triplo do dia anterior mais R$ 2,00. Sabendo que esse apostador iniciou suas apostas com R$ 10,00, determine qual foi o valor apostado por ele em cada um dos sete dias e calcule o total apostado nessa semana.

Figura 15 - Excerto de resolução ao problema 3 da sequência 3



Fonte: acervo do autor, resolução do E14.

Dentro do que foi estabelecido pelo problema, o erro do aluno na resolução da Figura 15 está na parte (1) quando da passagem do quarto para o quinto dia, sendo que o 296 deveria tornar-se 890, e acabou como 910 por algum erro de cálculo do aluno. Na parte (2), o aluno apresenta a soma de três vezes o valor 294, chegando ao valor 882, o que não se consegue analisar, pois, dando continuidade, seriam somados mais R$ 2,00 para constituir um valor, porém, esse resultado não aparece na parte (1).

Esse é um caso no qual o aluno realmente erra o cálculo em algum momento e prossegue com esse valor errado até o fim da conta. Também não se percebe aqui a soma do total apostado nos sete dias como o problema solicita, nem é feito pelo aluno um esboço da expressão algébrica já apresentada no enunciado do problema. Assim, essa solução acabou encaixando-se na primeira categoria referente ao erro, a qual avalia erro de resolução ou a resolução dada de forma incompleta.

Tabela 3 - Resoluções dos alunos na sequência 3, divididas nas categorias de análise e suas características

<table>
<tr><th colspan="4">Sequência 3</th></tr>
<tr><th>Problema</th><th>Categoria</th><th>Característica</th><th>Estudantes</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1</td><td rowspan="3">Erros de resolução</td><td>Resolução incompleta ou erro de cálculo</td><td>E01, E06, E11, E12, E14, E23, E25, E26, E27, E30</td></tr>
<tr><td>Interpretação do enunciado</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Falta de conhecimentos prévios</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Desenvolvimento do pensamento algébrico</td><td>Diferentes estratégias de resolução</td><td>E05, E07, E09, E10, E13, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E24, E29</td></tr>
<tr><td>Estrutura ou linguagem algébrica aparente</td><td>E02, E03, E04, E28</td></tr>
<tr><td rowspan="5">2</td><td rowspan="3">Erros de resolução</td><td>Resolução incompleta ou erro de cálculo</td><td>E22, E23</td></tr>
<tr><td>Interpretação do enunciado</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Falta de conhecimentos prévios</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Desenvolvimento do pensamento algébrico</td><td>Diferentes estratégias de resolução</td><td>E06, E17, E19, E27, E29</td></tr>
<tr><td>Estrutura ou linguagem algébrica aparente</td><td>E01, E03, E04, E05, E07, E09, E10, E13, E14, E15, E28</td></tr>
<tr><td rowspan="5">3</td><td rowspan="3">Erros de resolução</td><td>Resolução incompleta ou erro de cálculo</td><td>E04, E06, E07, E09, E13, E14, E15, E17, E22, E28, E29</td></tr>
<tr><td>Interpretação do enunciado</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Falta de conhecimentos prévios</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Desenvolvimento do pensamento algébrico</td><td>Diferentes estratégias de resolução</td><td>E10, E19, E23</td></tr>
<tr><td>Estrutura ou linguagem algébrica aparente</td><td>E01, E03, E05</td></tr>
</table>

Fonte: elaborada pelo autor (2022).

Com relação às percepções obtidas pela análise dessa terceira sequência, é possível verificar que os conhecimentos tomados nas duas sequências anteriores já se fazem mais presentes aos alunos, pois não aparece a característica falta de conhecimentos prévios, e, em algumas situações, houve queda considerável de erros. Uma outra característica que não recebeu nessa sequência nenhuma indicação foi a interpretação do enunciado. Os alunos não demonstraram em suas respostas falta de compreensão da mensagem escrita.

■ 4.3.4 Sequência 4

A quarta sequência é sobre a habilidade EF07MA16 da BNCC, na qual o foco está sobre a construção de expressões e a verificação de equivalência entre expressões. O conceito de equivalência aparece atrelado às expressões algébricas que serão construídas, esperando-se que, além de conseguir formar uma expressão, os alunos sejam capazes de fazer comparações.

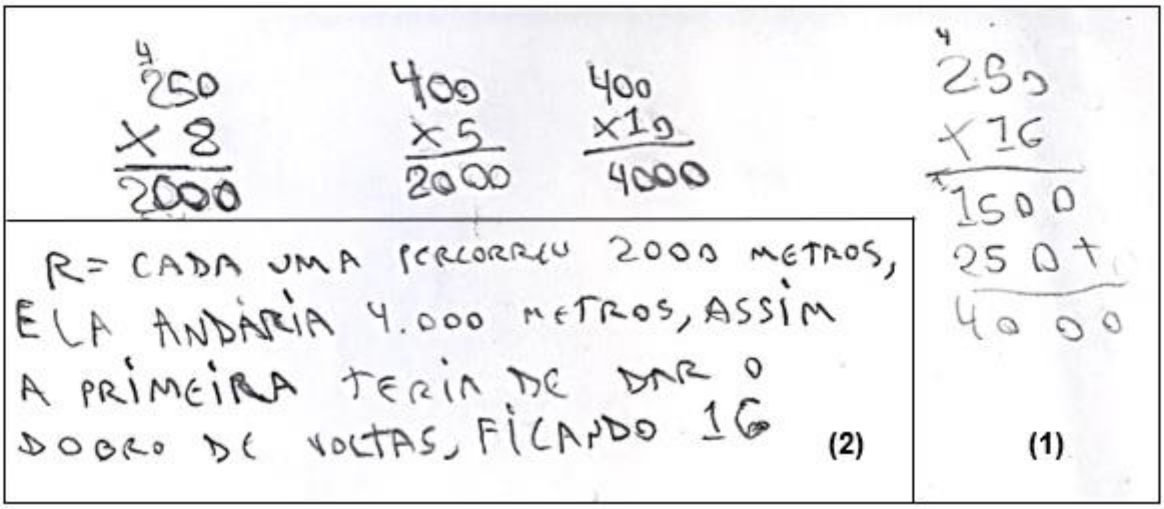
O primeiro problema da sequência apresenta uma questão de equivalência que poderá ser facilmente explorada pelos alunos com cálculos aritméticos em sua última parte, que já pode ser construída uma equação para a determinação do valor que se procura. O segundo problema tem como base uma sequência de números. Em seguida, são feitas afirmações a respeito da sequência, que deve ser transformada da linguagem escrita para a algébrica. Ou, então, devem apenas ser realizadas as operações ali afirmadas, a fim de se perceber que as afirmações A e B são equivalentes, e a C não é.

O terceiro problema proposto merece uma especial atenção do professor ao aplicá-lo, uma vez que os alunos podem, ao ler o problema, considerar que não haverá pedaços suficientes para uma divisão por igual. Pode-se permitir que eles explorem essa ideia, mas o movimento inicial é conseguir ver, dos que comeram primeiro em cada rodada, quem comeu mais. Podem ser feitos esquemas e representações em expressões utilizando-se o “x” ou outra letra que se queira, mas o importante perceber, ao final, que todos comeram quantidades iguais. Por fim, os alunos vão concluir que a partir da divisão proposta não há pedaços suficientes para que todos comam a mesma quantidade em cada rodada, pois se mantém uma equivalência entre as partes em que a pizza é dividida e quantas são consumidas logo ao início da rodada.

Sequência 4. Problema 1: duas amigas resolveram começar a fazer atividades físicas diárias para ter uma boa saúde, passando também a se alimentar melhor e a tomar mais água por dia. Como primeira atividade física, elas escolheram a corrida. Uma delas escolheu correr numa avenida, cuja extensão tinha 250 metros, e percorreu toda essa avenida por oito vezes. A segunda escolheu uma rua mais longa, de 400m, percorrendo essa distância cinco vezes. Quantos metros cada uma percorreu? Se a segunda resolvesse dar mais cinco voltas na rua de 400m, quantas voltas a mais a primeira precisaria dar para percorrer a mesma distância?

Na resolução apresentada pelo aluno na Figura 16, observa-se que, na parte de cálculos, ele consegue entender aquilo que se solicita, chegando corretamente, na parte (1), aos totais de metros percorridos por cada corredora. Em seguida, considerando-se o aumento proposto, nota-se que seria o dobro de ambos os valores para que fosse mantida a proporção. Isso fica evidente na parte (2), quando o aluno descreve sua resposta ao problema mostrando que, para percorrer a mesma distância da segunda, a primeira deveria dar também o dobro de voltas.

Figura 16 - Excerto de resolução ao problema 1 da sequência 4



Fonte: acervo do autor, resolução do E01.

Algumas possibilidades para adaptação desse problema podem surgir. Os valores podem apresentar uma possibilidade de equivalência, mas não no momento inicial, para que, na segunda parte, determinem quantas voltas para percorrer a mesma distância, sem relacionar diretamente ao dobro. Outra opção pode ser a exploração das unidades de medida, solicitando que os alunos transformem os metros em quilômetros.

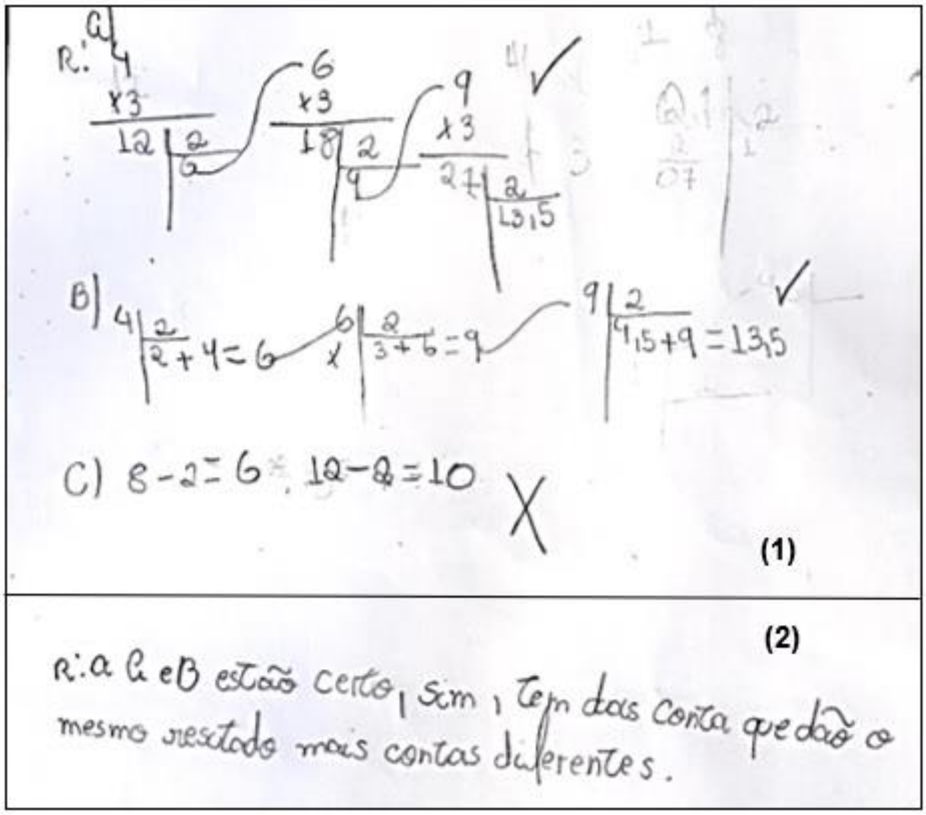
O primeiro problema apresentado nessa sequência trata da questão da proporcionalidade. Assim, é possível questionar tanto as relações entre a equivalência na quantidade de voltas quanto em relação à distância. O professor pode também dificultar esse problema com valores que sejam um pouco mais complexos, como uma pista com 280 e a outra 840 metros, levando os alunos a uma reflexão maior até chegar que um é o triplo do outro. Logo, no problema proposto, os alunos também exploram o conceito de razão.

Sequência 4. Problema 2: durante a aula de matemática, os alunos foram desafiados a encontrarem a fórmula para determinar qualquer termo de uma dada sequência:

4; 6; 9; 13,5 ...

O aluno A disse que seria o triplo do anterior dividido por dois.
O aluno B disse que seria uma vez e meia o anterior.
O aluno C disse que seria o dobro do anterior menos dois.
Qual aluno está correto? Há mais de uma possibilidade? Quais suas conclusões?

Figura 17 - Excerto de resolução ao problema 2 da sequência 4



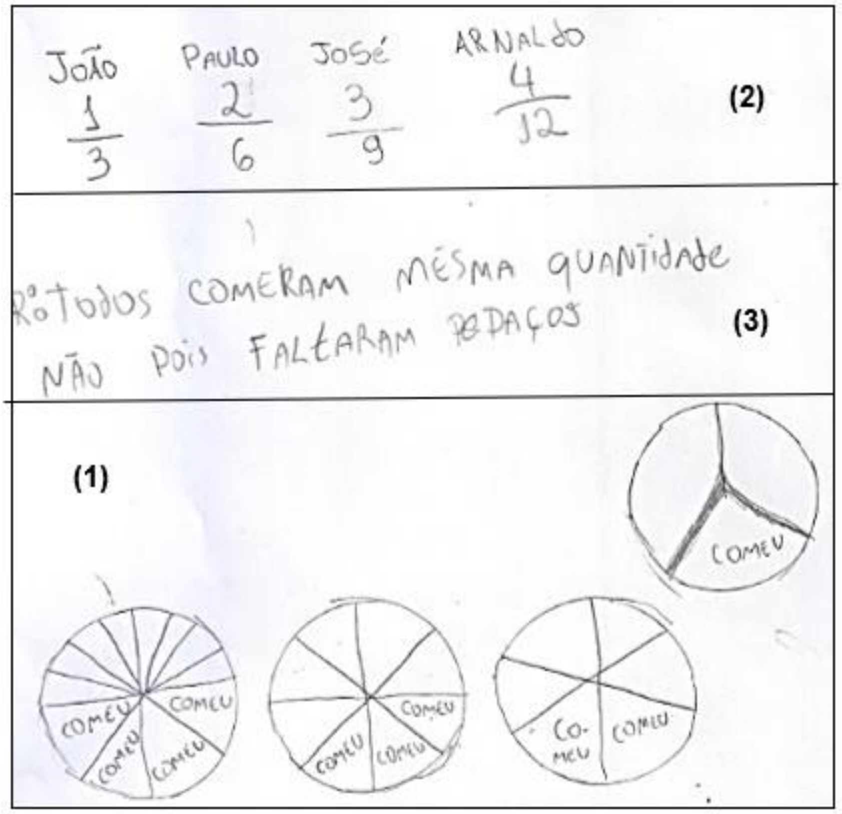
Fonte: acervo do autor, resolução do E09.

Nessa resolução apresentada na Figura 17, na parte (1), estão as operações necessárias para cada uma das três afirmações presentes no problema. É possível visualizar que o aluno chega corretamente à conclusão de que as afirmações A e B são equivalentes e estão corretas, porém, a afirmação C não é equivalente às demais. Na parte (2), quando se dá a resposta por escrito, se percebe o aluno não expõe sua conclusão com relação à afirmação C. No entanto, observando-se a resposta como um todo, houve uma estratégia de resolução correta, demonstrando domínio sobre a linguagem algébrica e os cálculos nela descritos.

Em se tratando da matemática, na maioria das vezes as respostas dadas pelos alunos consistem nos cálculos solicitados que sejam capazes de lhes fornecer uma resposta. Porém, é importante incentivá-los a utilizar uma resposta escrita que justifique o raciocínio usado naquela situação. Neste problema mesmo, seria possível ao aluno, através de cálculos mentais, chegar aos resultados percebendo as equivalências, descrevendo, assim, a forma como pensou e chegou àquela resposta.

Sequência 4. Problema 3: numa certa pizzaria, João, Paulo, José e Arnaldo se reuniram e pediram quatro pizzas, cada uma dividida de uma forma. Na primeira rodada, a pizza estava dividida em três partes, e João comeu uma delas. Na segunda rodada, quem pegou primeiro foi Paulo, dois pedaços de uma pizza dividida em seis partes. A terceira pizza estava dividida em nove partes, e José pegou três delas. A última pizza da noite saiu e foi a vez de Arnaldo ser o primeiro a pegá-la. Ele escolheu quatro pedaços de uma pizza dividida em 12 partes. Sabendo que todas as pizzas tinham o mesmo tamanho, considerando-se o primeiro em cada rodada, quem comeu mais? Se em cada rodada todos fossem comer a mesma quantidade, seria suficiente para todos a quantidade de pedaços?

Figura 18 - Excerto de resolução ao problema 3 da sequência 4

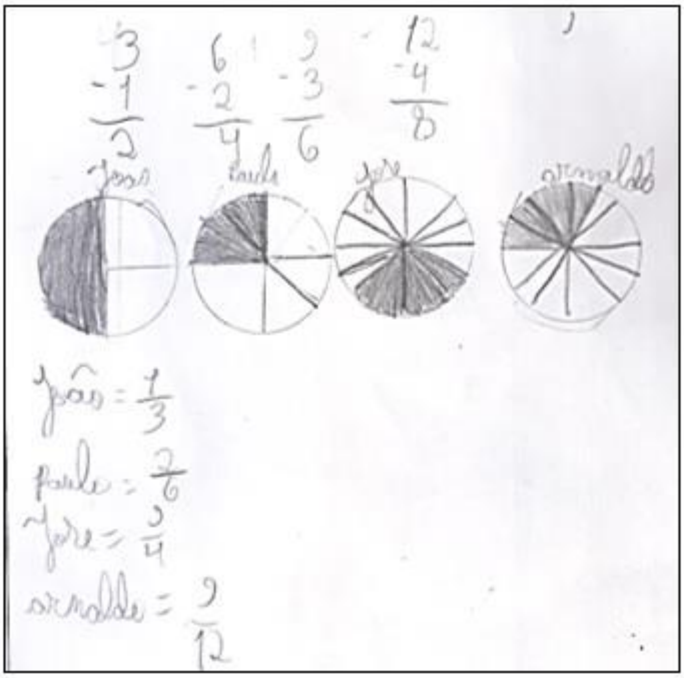


Fonte: acervo do autor, resolução do E17.

Acompanhando a resolução apresentada por um dos alunos da turma na Figura 18, é possível perceber uma tentativa, na parte (1), de uma representação em forma de desenhos da situação exposta no problema. Nessa parte, o aluno poderia alcançar boas conclusões se mantivesse os desenhos de forma equivalente e conseguisse fazer as devidas comparações, notando que um pedaço, na primeira pizza, equivale a dois na segunda, a três na terceira e a quatro na última. Talvez por essa falta de proporção (inclusive falta um pedaço em uma das pizzas) não seria possível daqui sair uma solução.

Já na parte (2) se percebe que é realizada a transcrição das figuras para a forma fracionária, o que pode facilitar comparações que deveriam ocorrer aqui em formato de frações equivalentes. Esse conhecimento prévio, de acordo com o que é definido pela BNCC, está posicionado no 6º ano do ensino fundamental e já estaria constituído nesse momento. Na parte (3), há uma resposta correta, porém, não é capaz de revelar muito a respeito do raciocínio do aluno, pois, na primeira parte, é possível que a conclusão tenha vindo a partir das frações. Já na segunda parte, referente aos pedaços faltantes, o caminho percorrido para se chegar a tal resposta ficou meio sem explicação.

Figura 19 - Excerto de resolução ao problema 3 da sequência 4



Fonte: acervo do autor, resolução do E12.

Ainda sobre o terceiro problema dessa sequência, nota-se, na Figura 19, a ocorrência, pela primeira vez nessa análise, da falta de conhecimentos prévios através da resolução apresentada pelo aluno. Nesse caso, o aluno não conseguiu relacionar a figura da pizza a uma fração que a representaria e, deste modo, já não há como fazer uma comparação de equivalência. Mas, como o erro é mais primordial de representação direta, provavelmente a conclusão de partes equivalentes seria ainda mais difícil. Isso é um possível indicador, no processo de resolução de problemas, de um ponto em defasagem que precisa ser retomado com esse aluno em específico.

No momento da resolução do problema pelo grupo, pode ser que houve um par que teve mais conhecimento sobre o assunto que estava sendo tratado. Neste contexto, o professor deveria incentivar esse estudante a demonstrar seu raciocínio aos demais. É preciso fazer questionamentos aos demais para que seja possível perceber se conseguiram compreender a solução. Caso não tenha ocorrido um bom entendimento, ainda há o momento da plenária e da busca de consenso, que são possíveis de serem explorados pelo professor na busca da construção do conhecimento.

Em todas as situações, nota-se que os grupos trazem a resposta correta, apresentada em formatos diferentes, com raciocínios próprios, de acordo com as discussões dentro dos grupos. O professor, que tem papel de incentivador ao longo do processo, termina com o papel da formalização, e deve, neste momento, aproveitar para sanar dúvidas e dificuldades que tenha percebido na observação da resolução dos grupos. É necessário lembrar, sempre, de buscar utilizar a linha de raciocínio dos próprios alunos para essa formalização do conhecimento.

Tabela 4 - Resoluções dos alunos na sequência 4, divididas nas categorias de análise e suas características

Sequência 4			
Problema	**Categoria**	**Característica**	**Estudantes**
1	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E16
		Interpretação do enunciado	-
		Falta de conhecimentos prévios	-
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E01, E02, E03, E04, E05, E06, E07, E09, E10, E11, E12, E13, E15, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E28, E29

		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	-
2	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E15, E07, E16, E22, E23, E27
		Interpretação do enunciado	-
		Falta de conhecimentos prévios	-
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E14, E18, E19, E20, E24, E28, E29
		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	E01, E02, E04, E05, E06, E09, E12, E13, E17, E21, E26
3	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E06, E19, E21
		Interpretação do enunciado	-
		Falta de conhecimentos prévios	E12
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E01, E07, E09, E14, E15, E16, E17, E24, E27, E29
		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	E02, E04, E05, E26

Fonte: elaborada pelo autor (2022).

Observando-se as resoluções dos alunos para os problemas propostos, para que estas fossem assentadas nas respectivas categorias elencadas, se percebe que não há ocorrências relativas a erros provenientes de enunciado, mas apenas um referente a conhecimentos prévios, neste momento. Algo interessante a se destacar é que, a partir da aplicação da SD, ocorre a construção dos conhecimentos prévios necessários para os questionamentos seguintes.

Houve a prevalência de uma característica no primeiro problema, e praticamente todos os alunos, com exceção de um que teve uma resolução incompleta, conseguiram resolver corretamente o problema através de estratégias diversas. Nos dois problemas seguintes, teve maior distribuição nas três categorias, sendo que a maioria das resoluções se agrupou na resolução correta.

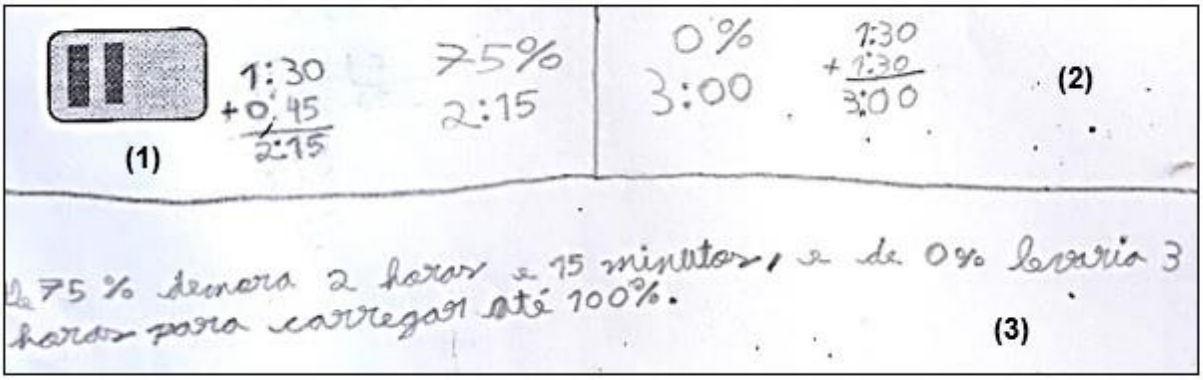
■ 4.3.5 Sequência 5

O tema da quinta sequência de problemas é “grandezas”. Serão estudadas as relações entre grandezas que ocorrem de forma diretamente proporcional e de forma inversamente proporcional. A habilidade que está em foco é a EF07MA17, conforme propõe a BNCC. Neste momento é vista a importância da utilização de letras em representações de quantidades, pois, em algumas situações, será necessário usar a famosa regra de três. Contudo, o objetivo não era partir desse ponto, mas permitir que os alunos explorassem as diversas maneiras que poderiam resolver os problemas propostos.

No problema inicial, a situação envolve o tempo de carga da bateria de um aparelho celular, muito comum entre adolescentes que sempre querem que a bateria do aparelho demore mais a acabar e carregue rapidamente. Nesse primeiro problema, há uma exploração de grandezas diretamente proporcionais. O segundo problema da sequência busca utilizar grandezas inversamente proporcionais, o tempo e a velocidade, o que é comum no cotidiano contemporâneo e de fácil entendimento. O terceiro problema é sobre uma festa, na qual os alunos devem determinar as quantidades de cada produto necessárias para atender a todos os convidados, em relações diretamente proporcionais.

Sequência 5. Problema 1: Lúcio estava jogando seu *game* favorito no celular, terminando a rodada, quando percebeu que sua bateria havia caído para 50%. Resolveu, então, colocar o celular para carregar e percebeu que, em uma hora e meia, ele já estava completamente carregado. Sabendo disso, qual seria o tempo necessário para carregar esse celular se a bateria estivesse marcando 75%? E, no caso de estar totalmente descarregado, quanto tempo levaria?

Figura 20 - Excerto de resolução ao problema 1 da sequência 5



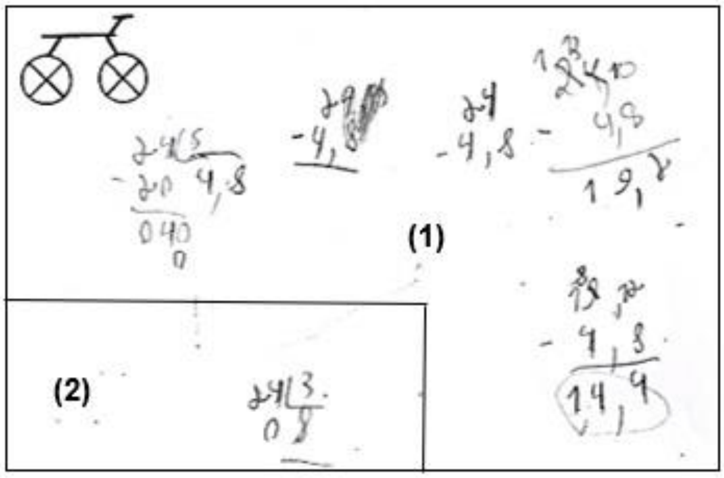
Fonte: acervo do autor, resolução do E29.

Aproveitando-se as divisões feitas pelo próprio aluno, na Figura 20, na parte (1), há um cálculo correto do tempo necessário para se carregar esse celular até 75%, todavia, o problema solicitava qual o tempo para o término do carregamento até 100% se estivesse marcando 75%. Na parte (2), foi feito o cálculo correto como se solicita no problema, chegando ao tempo de três horas, sendo possível perceber através da soma de uma hora e meia mais uma hora e meia. Na parte (3), o aluno responde aos questionamentos de forma escrita, apresentando suas respostas. No entanto, uma parte dela não atendeu ao solicitado no enunciado.

Nessa situação, embora o aluno realize os cálculos corretamente, por um pequeno desvio a interpretação dele é considerada incorreta de parte do enunciado. Mesmo assim, porque os demais alunos, em outros agrupamentos, chegaram à correta resolução, destacou-se essa característica da resolução. O que não pode ser deixado de lado é que o aluno tem domínio das operações envolvidas e consegue chegar aos resultados que se propõe. Provavelmente tenha ocorrido um equívoco nos momentos de leitura do problema.

Sequência 5. Problema 2: Joaquim gasta 24 minutos indo de sua casa até a escola, caminhando numa velocidade aproximada de 5 km/h. Quando ele vai de bicicleta, essa velocidade aumenta para 15 km/h e, pensando nisso, quanto tempo demoraria para ele fazer esse trajeto de bicicleta?

Figura 21 - Excerto de resolução ao problema 2 da sequência 5



Fonte: acervo do autor, resolução do E13.

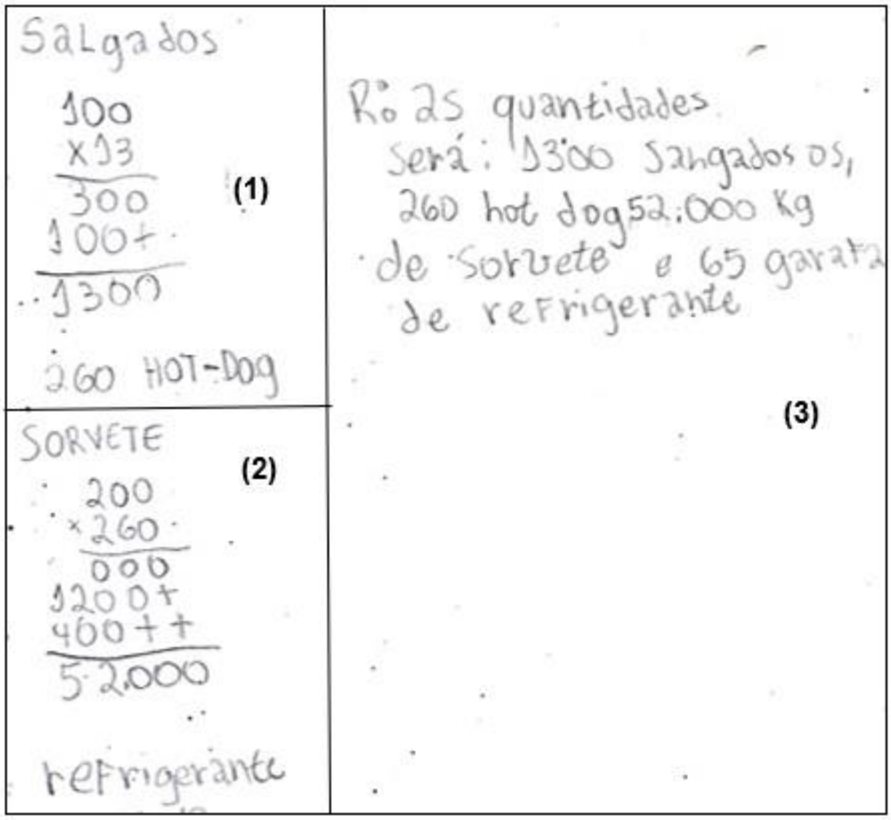
A Figura 21 foi dividida em duas partes para proceder a essa análise. Inicialmente, na parte (1), notam-se diversos cálculos, porém, não há como traçar uma linha de raciocínio com relação ao que o aluno estava buscando com esses cálculos. Já em um desses cálculos, separado dos demais, na parte (2) da imagem, é possível verificar o único cálculo correto nesta resolução. Não é possível entender quais os pensamentos do aluno no momento dessa resolução. Desta forma, por não conter uma resposta por escrito que validasse aquele cálculo montado e separado dos demais, sendo que não há relação direta com estes, essa resolução é classificada como incompleta e com erros.

Pode ser que o aluno realizou diversas tentativas ao longo das hipóteses que iam sendo levantadas na discussão do grupo. Ao final, ele captou a essência e entendeu que, como a velocidade aumenta em três vezes, o tempo reduz de forma proporcionalmente inversa. Esse é um momento para o professor explorar nos grupos questionamentos, como: quanto mais rápido eu vou, demoro mais ou menos tempo para chegar a um determinado lugar? São apontamentos que auxiliam o aluno a enxergar que existe uma relação inversa, ou seja, uma determinada variável está aumentando, e a outra está diminuindo.

Sequência 5. Problema 3: certo organizador de festas infantis recebeu um pedido para organizar uma pequena festa do Dia das Crianças em uma escola. Para isso, ele deveria servir *hot-dog*, salgadinhos variados, refrigerantes e sorvete de sobremesa.

Ele sabe que cada pessoa consome um *hot-dog*, e 100 salgadinhos são suficientes para 20 pessoas, uma garrafa de 2 litros de refrigerante serve cinco pessoas e que cada pessoa consome o equivalente a 200 gramas de sorvete. Vamos ver as quantidades necessárias de cada alimento, sabendo que nesta festa haverá 260 pessoas.

Figura 22 - Excerto de resolução ao problema 3 da sequência 5



Fonte: acervo do autor, resolução do E17.

Encontra-se, na resolução da Figura 22, um apontamento da falta de conhecimento prévio da correta representação de um valor nas unidades de medida, referente aos múltiplos e submúltiplos. A parte (1) refere-se ao cálculo da quantidade de *hot-dogs*, que facilmente chega a 260 salgados. Embora não haja a presença do cálculo, pode-se deduzir que, para se chegar à multiplicação do 13 por 100 salgadinhos, o aluno fez a divisão de 260 por 20. A parte (2) contém os cálculos do sorvete, chegando corretamente a 52.000 gramas, que, em quilogramas, equivaleria a 52 kg. O refrigerante ficou em branco, sendo possível que o aluno tenha realizado o cálculo em alguma outra folha e registrado apenas o resultado, como pode ser encontrado na parte (3). A falta do conhecimento das transformações nas unidades de medida leva a um equívoco que provoca exagero: 52 mil quilos de sorvete. É necessário que o aluno consiga rever essa resposta para tirar conclusões corretas.

O erro do aluno nessa situação apresenta-se restrito apenas à questão das unidades de medida. Tal situação provavelmente foi resolvida no momento da plenária e da busca de consenso com relação à resolução do problema. O fato é que as resoluções eram recolhidas antes do momento final da formalização para evitar que os alunos fizessem alterações em suas respostas. Assim, alguns alteravam no momento da plenária e da busca do consenso, outros ficavam mais atentos à discussão que estava sendo travada naquele momento e, o que é mais interessante, havia percepção sobre os acertos e erros.

Tabela 5 - Resoluções dos alunos na sequência 5, divididas nas categorias de análise e suas características

<table>
<tr><th colspan="4">Sequência 5</th></tr>
<tr><th>Problema</th><th>Categoria</th><th>Característica</th><th>Estudantes</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1</td><td rowspan="3">Erros de resolução</td><td>Resolução incompleta ou erro de cálculo</td><td>E09, E12, E14, E15, E27</td></tr>
<tr><td>Interpretação do enunciado</td><td>E16, E23, E29</td></tr>
<tr><td>Falta de conhecimentos prévios</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Desenvolvimento do pensamento algébrico</td><td>Diferentes estratégias de resolução</td><td>E01, E02, E03, E04, E05, E06, E07, E10, E13, E17, E20, E21, E22, E24, E25, E26, E28</td></tr>
<tr><td>Estrutura ou linguagem algébrica aparente</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">Erros de resolução</td><td>Resolução incompleta ou erro de cálculo</td><td>E12, E13, E14, E15, E19, E20</td></tr>
<tr><td>Interpretação do enunciado</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Falta de conhecimentos prévios</td><td>-</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Desenvolvimento do pensamento algébrico</td><td>Diferentes estratégias de resolução</td><td>E01, E02, E03, E04, E05, E06, E07, E09, E10, E11, E16, E17, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29</td></tr>
<tr><td>Estrutura ou linguagem algébrica aparente</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="5">3</td><td rowspan="3">Erros de resolução</td><td>Resolução incompleta ou erro de cálculo</td><td>E03, E05, E07, E09, E12, E14, E15, E19, E26</td></tr>
<tr><td>Interpretação do enunciado</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Falta de conhecimentos prévios</td><td>E17, E21, E27</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Desenvolvimento do pensamento algébrico</td><td>Diferentes estratégias de resolução</td><td>E01, E02, E06, E10, E11, E13, E20, E22, E23, E24, E28</td></tr>
<tr><td>Estrutura ou linguagem algébrica aparente</td><td>-</td></tr>
</table>

Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Uma ocorrência dessa sequência que provocou um olhar mais atento a cada uma das resoluções foi o não aparecimento de situações com estrutura ou linguagem algébrica aparente. Os alunos recorreram à resolução dos problemas propostos aos diversos tipos de conhecimento que possuíam em sua bagagem de estudos, mas não fizeram uso da álgebra, aparentemente. No que tange à característica da falta dos conhecimentos prévios, houve algumas situações nas quais o aluno não soube fazer as corretas representações das unidades de medida.

A popular regra de três, tão utilizada em situações que envolvem a proporcionalidade, foi passada aos alunos apenas no último problema, no momento da formalização. A intenção de não fornecer essa ferramenta anteriormente aos alunos foi de permitir que eles expressassem seus raciocínios, buscando uma forma de operar as situações recorrendo aos conhecimentos que já possuíam. Ao final, alguns consideraram interessante utilizar a regra, principalmente com um exemplo apresentado na proposição de novos problemas que trabalhavam com números mais altos. Porém, de forma geral, consideraram que a maneira que resolveram antes ainda seria mais utilizada por eles.

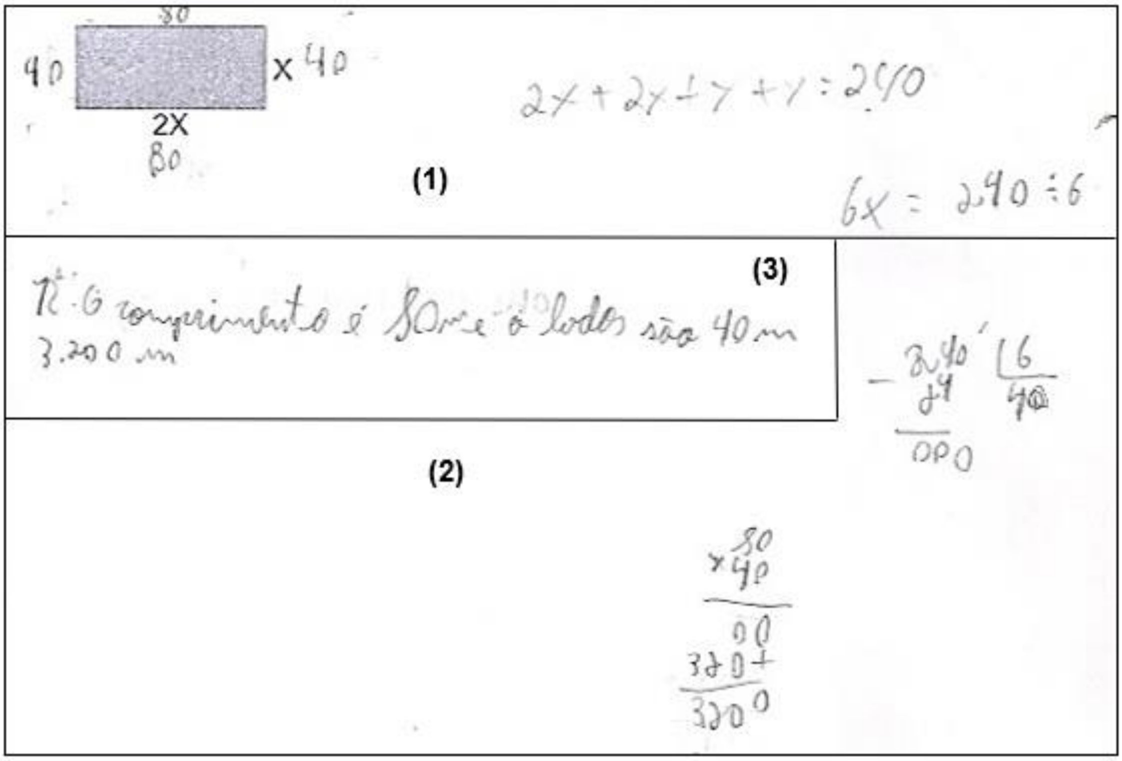
■ 4.3.6 Sequência 6

A última sequência de problemas envolvendo a unidade temática álgebra no 7º ano do ensino fundamental vai abordar a habilidade EF07MA18 da BNCC, que trata das equações de 1º grau que possam ser simplificadas através das propriedades da igualdade. É importante destacar que a habilidade apresenta a possibilidade de resolver e elaborar problemas, que convergem na resolução de problemas nos passos 4 e 10. Para além de solicitar técnicas de resolução aos alunos, é preciso lhes proporcionar momentos de criatividade no trato com a matemática.

O primeiro problema da sequência solicita qual é a área de um terreno, sabendo-se apenas o seu perímetro e que o comprimento é o dobro da largura, colocando os alunos numa clássica situação algébrica. O segundo problema explora potencialmente comparações algébricas: os alunos terão de ler as sentenças para conseguir realizar o cálculo correto e determinar a massa corporal de cada irmão nessa situação. O terceiro problema vai exigir dos alunos uma atenção especial às promoções oferecidas por muitos estabelecimentos comerciais. É preciso, por isso, realizar o cálculo do valor unitário dos produtos para que seja possível determinar se há ali ganho ou não na compra de uma quantidade maior de produtos.

Sequência 6. Problema 1: um engenheiro foi contratado para construir uma casa em um terreno. Chegando ao local, solicitou do dono uma planta com as medidas. O dono do terreno afirmou que ainda não tinha as medidas uma a uma, mas que o terreno era retangular e seu comprimento era o dobro da largura. Ainda se sabia que o perímetro desse terreno era de 240 m. Em posse desses dados, o engenheiro determinou a medida dos lados e a área desse terreno. A quais medidas ele chegou?

Figura 23 - Excerto de resolução ao problema 1 da sequência 6



Fonte: acervo do autor, resolução do E13.

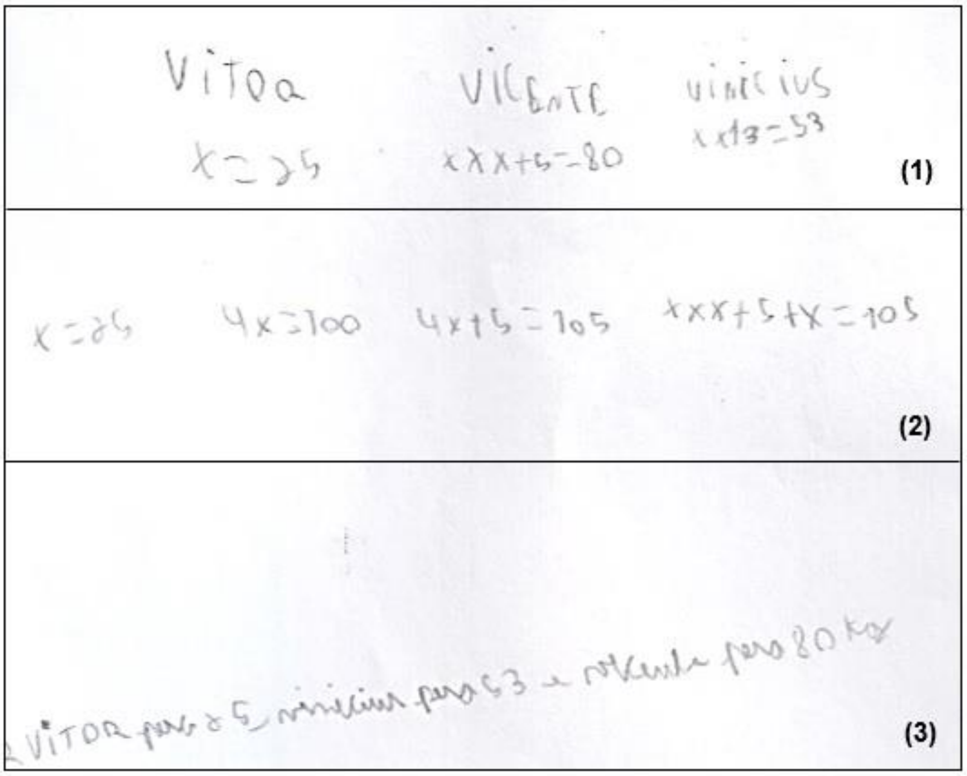
O excerto apresentado na Figura 23 traz a correta resolução de um aluno embora não tenha apresentado a resposta da área em metros quadrados. Conforme o sistema internacional de medidas, ele efetuou os cálculos corretamente. Observa-se, na parte (1), a formação algébrica para a resolução do problema, chegando à sentença 6x = 240, passando, assim, para a divisão encontrada na parte (2). É na parte (2) que há também o cálculo referente à obtenção da área definida pelo retângulo, nas medidas que foram representadas na figura ainda na parte (1). A parte (3) contém a resposta escrita dada pelo aluno referente ao tamanho dos lados e da área da figura.

O problema exigia do aluno conhecimentos prévios da matemática, como área e perímetro, bem como as corretas representações das unidades de medida em que devem ser representados. Tal situação fez com que os alunos refletissem, e muitos tentaram por diversas vezes encontrar um par de valores que fosse capaz de atender ao que o problema solicitava. Foi necessário algum tempo até que os grupos conseguissem produzir reflexões a respeito do problema e esboçar as hipóteses, discutidas entre os pares para chegar à resolução.

Foi interessante nesse momento que, embora o problema envolvesse um grau maior de dificuldade se comparado com os anteriores, os alunos se sentiram desafiados e motivados para ir em busca da solução. Alguns alunos utilizaram raciocínios e, com poucos cálculos, conseguiram chegar às respostas, apenas fazendo análises a partir das informações apresentadas. A situação apresentada na Figura 24 com uma representação do desenho do terreno também colaborou com o desenvolvimento das respostas dos alunos.

Sequência 6. Problema 2: Vinicius, Vitor e Vicente são irmãos e, nessa semana, os três tiveram seu peso (massa corporal) aferido para ingresso nas atividades físicas propostas por um treinador no contraturno escolar. Sabendo que o Vicente pesa o triplo do peso do Vitor mais 5 kg, que o Vinicius pesa o dobro do peso de Vitor mais 3 kg, e que Vicente e Vitor pesam juntos 105 kg, qual o peso de cada irmão?

Figura 24 - Excerto de resolução ao problema 2 da sequência 6



Fonte: acervo do autor, resolução do E16.

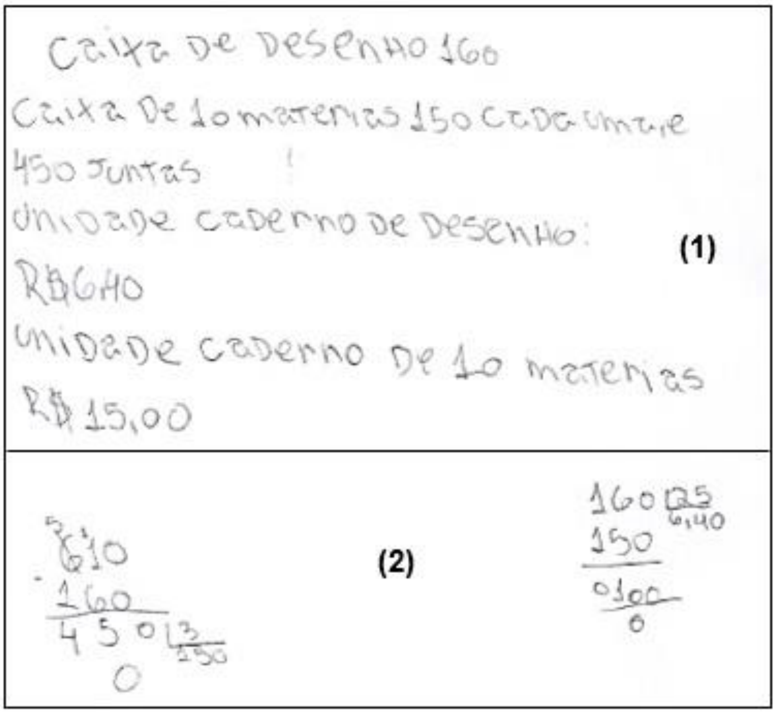
Analisando-se esta resolução, percebe-se que os alunos encontraram muita dificuldade, e apenas seis alunos concluíram a resolução corretamente. Alguns entregaram em branco, como foi o caso de seis alunos. Ao todo, 14 alunos obtiveram resultado incompleto ou errado com relação aos cálculos, não chegando à solução do problema.

Todavia, conforme a Figura 24, é possível ver que, na parte (1), mesmo não conseguindo indicar o dobro do valor por 2x, ele apresenta duas vezes o x, ou três vezes, no caso do triplo. A parte (2), acompanhada da direita para a esquerda, mostra o processo de solução até chegar ao 25, valor que provavelmente ajudou a completar a parte (1), finalizando na parte (3), apenas com uma resposta escrita do aluno, apontando corretamente os valores esperados.

Muitos alunos tentaram resolver esse problema utilizando três valores que fossem capazes de satisfazer o que era solicitado, mas chegavam à conclusão de que conseguiam atender uma parte das afirmações, mas não a outra. Um dos alunos subtraiu de 105 os 5 kg e dividiu os 100 por quatro. Ao ser questionado, justificou que era o triplo mais 5, então, tirando o 5, tinha ainda o triplo referente a um irmão e mais uma parte do outro irmão, atingindo a correta divisão por 4. Chegando ao peso de Vitor, apenas desenvolveram-se os demais, sendo o peso do Vitor 25, do Vicente (3 . 25) + 5 = 80 e do Vinícius (2 . 25) + 3 = 53.

Sequência 6. Problema 3: uma escola está se preparando para fazer as compras de materiais. Uma certa loja oferece o seguinte pacote: três caixas de cadernos universitários de 10 matérias mais uma caixa de caderno de desenho por R$610,00. Sabendo-se que a caixa de caderno de desenho custa R$160,00, determine o preço de cada caixa de cadernos universitários. Pensando-se ainda que as caixas de cadernos universitários têm 10 unidades e as de desenho possuem 25 unidades, qual o valor unitário de cada caderno?

Figura 25 - Excerto de resolução ao problema 3 da sequência 6



Fonte: acervo do autor, resolução do E18.

O último problema dessa sequência, que também encerra toda a SD, não teve respostas por meio da estrutura algébrica aparente. Neste excerto de resolução, vemos que o aluno descreve algumas situações propostas no problema na parte (1) e apresenta também o que é solicitado do valor unitário de cada caderno universitário e de cada caderno de desenho. Os cálculos complementares estão na parte (2), onde vemos, inicialmente, a retirada de R$ 160,00 do total de R$ 610,00 referentes à caixa de caderno de desenhos. Esse resultado foi dividido por três para se chegar ao valor de cada caixa.

Observa-se que não é realizada, na parte (2), na qual foram registrados os cálculos, a divisão referente ao valor unitário do caderno universitário. Provavelmente o aluno deduziu que, em se tratando de uma caixa com 10 cadernos ao preço de R$ 150,00, cada caderno custa R$ 15,00. Já a divisão do valor da caixa de caderno de desenhos foi realizada, chegando-se ao valor correto de R$ 6,40 por cada caderno, dos 25 que estavam contidos na caixa. Esse foi um dos problemas que levou muitos alunos a não concluírem suas respostas porque obtiveram conclusões equivocadas, como o valor de R$ 6,00 ou R$ 6,50.

Tabela 6 - Resoluções dos alunos na sequência 6, divididas nas categorias de análise e suas características

Sequência 6			
Problema	**Categoria**	**Característica**	**Estudantes**
Problema 1	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E01, E06, E07, E09, E12, E14, E19, E20, E23, E29
		Interpretação do enunciado	-
		Falta de conhecimentos prévios	E03, E05, E10
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E11, E15, E17, E21, E25, E27
		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	E02, E04, E13, E22, E24, E28
Problema 2	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E01, E03, E05, E07, E09, E12, E14, E15, E20, E24, E25, E28, E29
		Interpretação do enunciado	E06
		Falta de conhecimentos prévios	-
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E02, E04, E10, E22
		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	E13, E16
Problema 3	Erros de resolução	Resolução incompleta ou erro de cálculo	E02, E04, E06, E08, E12, E15, E16, E19, E22, E23, E24, E28, E29
		Interpretação do enunciado	-
		Falta de conhecimentos prévios	-
	Desenvolvimento do pensamento algébrico	Diferentes estratégias de resolução	E01, E07, E09, E10, E11, E13, E14, E17, E18, E27

		Estrutura ou linguagem algébrica aparente	-

Fonte: elaborada pelo autor (2022).

Ao longo dessa sequência, foram encontradas resoluções com todas as características estabelecidas. O primeiro problema não apresentou dificuldades em relação ao enunciado. Embora fosse um pouco mais complexo, exigia conhecimentos prévios de perímetro e área, o que pode ter causado alguns erros, como o exemplo que será exposto adiante. O segundo problema, por sua vez, não apresentou nenhuma resolução que indicasse prejuízo por parte da falta de conhecimentos prévios.

Por fim, o terceiro problema acumulou as resoluções apenas em duas categorias, sendo elas erro de cálculo, quando havia uma resolução incorreta, ou diversas estratégias de resolução para os problemas que foram resolvidos corretamente, mesmo que sem o desenvolvimento de uma linguagem algébrica aparente.

Algo que não havia ocorrido ao longo da aplicação dos problemas da sequência aconteceu durante a resolução do problema 2 desta: a entrega de problemas em branco, sem solução. Ao todo, seis alunos entregaram a folha sem uma resposta, o que impediu que fosse possível classificar a resolução dentro de uma das categorias. Nem ao menos foi possível chamar de resolução incompleta, pois não houve um início de resolução por parte do aluno, apenas a transcrição de algumas informações do enunciado para a folha de resposta.

Através dos dados coletados e da análise das resoluções dos alunos, seguindo o domínio icônico, no qual se considera as imagens das respostas dadas, é possível propor esta sequência para ser posteriormente aplicada em sala de aula por outros professores. Não foram apresentadas aqui todas as resoluções, visto que isso implicaria a necessidade de um espaço muito maior, mas a análise dos dados seguiu o processo de exaustividade apontado por Bardin (2016), até que se chegasse a cada agrupamento nas categorias.

Concluiu-se que essa análise, realizada com base no que foi solicitado em cada habilidade que compõe a unidade temática de álgebra na BNCC (BRASIL, 2018), poderá ser reproduzida por outros pesquisadores com novos focos. As categorias e suas características levantadas buscaram proporcionar uma ideia do todo a respeito da aplicação. Foi possível, ainda, perceber um engajamento dos alunos com relação à realização dos problemas, mesmo com a entrega de alguns sem solução, em branco. Assim, essa sequência tornou-se possível e recomendada para ser aplicada em turmas de 7º ano e buscou a construção dos conhecimentos pelos próprios alunos por meio da metodologia de resolução de problemas.

5 PRODUTO EDUCACIONAL

Neste capítulo serão apresentadas as considerações a respeito da construção do produto educacional, realizada pelo pesquisador, tomando por base as habilidades de álgebra do 7º ano da BNCC (2018) e a metodologia de resolução de problemas proposta por Onuchic e Allevato (2011). A forma como ocorreram a aplicação e a coleta dos dados será explorada também neste capítulo.

5.1 Elaboração da Sequência Didática “Álgebra e Resolução de Problemas no 7º ano”

O foco do estudo sobre a álgebra e a metodologia de resolução de problemas conforme as autoras Onuchic e Allevato (2011), era construir uma SD capaz de tornar mais significativa a aprendizagem de álgebra e o trabalho do professor como mediador do processo de ensino e aprendizagem deste tema. Sendo assim, os problemas foram elaborados em formato contínuo, e, a cada problema, o estudante poderia ser levado a um nível mais aprofundado de compreensão sobre o assunto.

Os temas que são apresentados nos problemas foram levantados a partir das leituras realizadas pelo pesquisador em artigos científicos que tratam das pesquisas aplicadas em educação matemática que vêm sendo realizadas na última década, nas salas de aula. O formato de apresentação dos problemas dentro da sequência e a unicidade das seis sequências são dados, de acordo com a orientação de Zabala (1998), que têm relação com problemas, que por sua vez têm relação entre eles, estabelecendo aprofundamento e continuidade nas aprendizagens.

Esse estudo foi realizado em rede pública municipal de ensino, que é regida pela estrutura curricular proposta pela SEDUC/SP, e pelo Currículo Paulista, que vigora na organização das disciplinas escolares. Assim como a BNCC, o Currículo Paulista está organizado em unidades temáticas e seus respectivos objetos de conhecimentos e habilidades.

Um ponto a ser destacado a respeito do Currículo Paulista é a definição de uma SD, que também serve de norteador para nosso estudo. De acordo com o documento oficial: “Uma sequência didática organiza-se a partir de um conjunto de atividades interdependentes, articuladas entre si, de modo que cada uma apresenta um grau diferente e crescente de complexidade” (SÃO PAULO, 2019, p.121).

Na SD que foi proposta, cada habilidade da BNCC ganhou três problemas que abordaram diferentes níveis de complexidade. Além dos problemas, a SD também teve orientações a serem repassadas ao professor. Estas orientações contaram com a habilidade da BNCC que foi contemplada e se tratavam de um breve explicativo sobre o objeto de estudo naquele problema e um conjunto de direcionamentos para cada passo descrito na metodologia de resolução de problemas.

As orientações e os direcionamentos não tinham a intenção de engessar o trabalho do professor, mas apontar a possibilidade de um caminho, pois, muitas vezes, a resolução de problemas em sala de aula acaba num simples processo de resolver situações-problemas sem relação e desconexas. Tal ação prejudica o aprendizado de fato, pois o foco não está na construção do conhecimento, mas na aplicação de um algoritmo, de uma regra ou fórmula ensinada anteriormente e repetida como treino.

Cada novo problema na SD buscou utilizar os conhecimentos produzidos no problema imediatamente anterior, fosse para comparar, diferenciar ou subsidiar a resposta obtida para o novo problema. Nos problemas propostos, não há expectativa de que o aluno consiga resolver o problema e já definir o algoritmo da operação. Algumas vezes a linguagem matemática pode surgir, mas esta estará presente de forma clara na formalização feita pelo professor.

A primeira sequência englobou a habilidade sobre a diferenciação entre variável e incógnita. Segundo Dante (2018, p.110), “As incógnitas de uma equação são os números desconhecidos, os números que queremos saber. Normalmente cada incógnita é representada por uma letra do alfabeto da língua portuguesa”. Já de acordo com Ribeiro (2009), as letras que podem assumir diversos valores numa dada expressão algébrica são chamadas de variáveis.

Nesses primeiros três problemas, ao executarem os passos da metodologia, os alunos puderam levantar hipóteses e discutir como encontrar um valor desconhecido, a incógnita, ou como determinar um valor a partir de uma situação variável. O último problema incitou os alunos a pensarem sobre o uso de uma variável, chamada de “n”, para a construção de uma forma geral e obter os valores solicitados.

O tema da recursividade está presente na segunda sequência. Os três problemas apontaram ao aluno situações variadas que podem ser representadas por sequências recursivas e não recursivas. A intenção era que o aluno fosse capaz de observar que, mesmo no início da situação, sendo necessário olhar para o termo anterior para se definir o próximo, era possível explorar as generalizações, criando-se fórmulas que os levassem a resultados gerais de forma mais simples.

De acordo com o **Dicionário Online de Português**, a palavra recursividade é definida como: “propriedade sintática pela qual um elemento pode aparecer um número infinito de vezes numa derivação, introduzido sempre pela mesma regra”. Dentro da definição da habilidade dada pela BNCC, uma sequência é tida como recursiva quando é necessário o termo anterior para se definir o próximo. A partir do momento que se constrói a generalização dessa sequência, ela passa a ser tomada como não recursiva, pois é possível determinar um termo qualquer da sequência sem a necessidade de conhecer o seu anterior.

Nas mediações realizadas pelo professor durante as discussões do aluno, puderam ser levantadas questões relativas à recursividade de sequências. Os problemas trazem os seguintes exemplos de recursão: na linguagem, em poemas ou letras de música, através das rimas; nas artes, em mosaicos, e, na geometria, nas divisões em figuras geométricas. Investigar os diversos significados de sequências algébricas no ano em questão auxilia a construção de bases que serão utilizadas no estudo de progressões mais adiante no currículo.

Determinar um termo qualquer numa dada sequência por meio da obtenção da fórmula do termo geral é o objetivo da terceira sequência de problemas. Aqui já foi realizada uma exploração referente a variáveis e incógnitas, bem como já foram exploradas as relações recursivas e não recursivas. O aluno passa, então, a ter novos conhecimentos construídos que servem de base para esse momento de elaboração da fórmula.

A transição da linguagem natural para a linguagem algébrica deve ocorrer de forma progressiva. O aluno precisa compreender que se trata da melhor estratégia para a resolução de cada problema proposto. Segundo a BNCC, é nesse momento que os alunos estabelecerão leis matemáticas que expressam uma relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos (BRASIL, 2018. p. 270). Sequências numéricas, ou geométricas, que podem ser representadas por números, geram regularidades possíveis de serem observadas pelos alunos e usadas para a obtenção da lei de formação.

É nesse momento que se explorou muito do pensamento algébrico, tendo por referência o pensamento operatório aritmético, pelo qual se identificaram as regularidades, para que, em seguida, fosse escrita em simbologia algébrica a lei de formação. Alguns alunos podem, a partir de poucos termos, reconhecer essa lei, e. outros demoraram um pouco mais. Na maioria das vezes, inicialmente era interessante que eles escrevessem seu raciocínio em linguagem natural antes de passarem para a algébrica.

A quarta sequência é o ponto em que se espera que, pelas sequências anteriores e pelos processos de formalização realizados pelo professor na etapa final da resolução de cada problema, os alunos sejam capazes de construir expressões algébricas. Entrou-se em cena, deste modo, a equivalência, num processo de comparação entre expressões no qual foi possível perceber que uma mesma situação pode ser representada por diferentes expressões.

De acordo com o **Dicionário Oxford online**, a palavra equivalência é definida como “relação de igualdade lógica ou implicação mútua entre duas proposições, de tal forma que cada uma delas só é verdadeira se a outra também o for”. Portanto, nas comparações que foram realizadas pelos alunos, estes deviam conseguir validar um mesmo resultado através de diferentes expressões. É interessante, por exemplo, que eles conseguissem perceber também que 2/4 é o mesmo que 1/2, dentre outras possibilidades.

O primeiro problema dessa sequência trabalhava com valores ainda numéricos. Na realidade, o que se queria explorar é o entendimento da questão de equivalência. Desta maneira, na realização do problema, se espera que os alunos percebam que, mesmo com tamanhos de pistas diferentes e quantidades de voltas diferentes, o trajeto percorrido ao final é o mesmo. No segundo problema, eles trabalharam com a passagem da linguagem escrita natural para a linguagem algébrica e encerraram com o terceiro problema, em que se percebia que todos conseguiram comer a mesma parte da pizza.

Ao iniciar a quinta sequência, os alunos já terão passado por equações e expressões algébricas, sendo capazes de definir várias situações. Chegou-se, então, às variações diretamente e inversamente proporcionais, nas quais, tradicionalmente, se utiliza a regra de três. Atingiu-se esse ponto, mas seria interessante se os alunos pudessem raciocinar, anteriormente, a respeito do que pede cada problema, para, desta forma, seguir diretamente a regra que, na verdade, deve aparecer somente no momento da formalização do professor.

O processo inicial de resolução dos problemas envolvendo a variação de grandezas levava os alunos a um pensamento a respeito da proporcionalidade, e isso estava dentro do esperado. Silva e Guerra (2011) apontam que esse pensamento referente à variação das grandezas evoluirá paulatinamente até chegar às relações entre variáveis. No estudo, os autores apresentam a importância da aplicação da regra de três nas salas de aula em um contexto no qual esse conhecimento é construído socialmente, e não apenas como um algoritmo específico para certas situações.

Possivelmente, no primeiro e terceiro problemas, os alunos não encontrariam grandes dificuldades relacionadas à resolução, pois, em se tratando de situações diretamente proporcionais, é mais simples que eles explorem, a partir de seus conhecimentos prévios, formas de solucionar os questionamentos. Já o segundo problema abordava a proporcionalidade inversa, que pode necessitar que o professor lance mão de mais perguntas no momento de observar e incentivar os grupos na resolução.

Um aspecto dessa sequência é a possibilidade de trabalho com as medidas, no caso de tempo, fazendo relações entre quantidades em horas e minutos. Também pode haver uma comparação entre litros e mililitros, ou gramas e quilogramas, já que os alunos se viam diante dessas situações para a resolução do problema e podiam escolher qual a medida mais adequada para a representação de cada resposta obtida.

No final, seria interessante, na formalização do conteúdo com os alunos, observar se eles tiveram mais facilidade em raciocinar sobre o processo que foi realizado por eles ou ao usarem a regra de três, na qual utilizavam o “x” como um valor a ser determinado. As situações propostas no problema poderiam ser ampliadas por mais problemas propostos pelo professor de sala, podendo ser atividades encontradas já prontas em materiais didáticos ou elaboradas pelo professor com intencionalidade específica para esse momento.

A última sequência do material proposto explorava a habilidade relacionada ao uso da equação de 1º grau em sua forma completa. Para isso, iniciava-se com a proposta de um problema em que o aluno precisava descobrir a medida dos lados de um terreno a partir de uma sentença algébrica, sendo o comprimento o dobro da largura. Foi acrescentado, também, ao problema uma representação através de desenho, fornecendo uma pista a mais para que se iniciassem os raciocínios.

Na realização do segundo problema dessa sequência, era necessário que os alunos obtivessem algumas sentenças somadas para se chegar a uma equação do 1º grau que poderia definir a massa corporal de cada um. Os processos que os alunos poderiam utilizar também eram diversos, mas, no momento da formalização, o professor deveria instigar que eles comparassem, caso não tivessem utilizado as equações, qual o caminho estrategicamente seria mais fácil.

No último problema, também houve uma situação que poderia ser descrita através de uma equação de 1º grau, após a sua resolução, determinando o valor total da caixa de cada tipo de caderno. Em seguida, seriam definidos os valores unitários dos materiais como complementos ao questionamento principal. Neste instante, esperava-se que os alunos construíssem uma boa base de conhecimento a respeito da álgebra e de suas características e aplicações.

De acordo com a coleção didática de Dante (2018, p. 113), “uma equação é do 1º grau com 1 incógnita (x) quando pode ser escrita da forma $ax = b$, com $a \neq 0$”. Barbosa e Lins (2012) definem, com mais proximidade ao exposto pela BNCC, que uma equação de 1º grau seria na verdade definida por $ax + b = 0$, na qual a incógnita apresenta expoente 1. Além disso, acrescentam que sua representação gráfica é linear, formando uma reta sobre o plano.

Porém, essa definição deveria ser apresentada aos alunos apenas na formalização desses últimos três problemas, sendo reforçada a cada rodada. A intenção da sequência não era suprimir o papel do professor, mas muito pelo contrário. Sua função na mediação das resoluções, ao lançar questionamentos ainda mais desafiadores e, ao final, trazer a sistematização formalizada daquele conhecimento, é crucial para a aprendizagem dos alunos. O que de fato ressaltou a resolução de problemas foi a busca da solução apenas com as informações do enunciado e os conhecimentos prévios dos alunos.

Cada sequência procurou, também, proporcionar a visitação de outros conhecimentos matemáticos, englobando mais aprendizagens em um único problema. Pode ser que alguns dos questionamentos causassem estranheza ao aluno, por isso a importância de se construir o conhecimento com eles por meio de novas perguntas e de comparações com situações mais acessíveis e significativas. Com relação ao perímetro, este não deveria ser definido imediatamente, mas exemplificado – para cercar um terreno com uma corda, quanto de corda seria necessário, como chegar a esse valor –, e aí então se introduziria o conceito de perímetro.

Igualmente com relação à área, era provável que os alunos ainda não tivessem familiaridade com o cálculo a ser realizado, porém, possivelmente já se tinha conhecimento do que os alunos sabiam a respeito. Lançaram-se questionamentos a respeito da área, exemplificou-a com desenhos e esquemas e dividiu-a em grades que formam quadradinhos, se questionando, em seguida, se os alunos viam alguma relação em o terreno possuir x metros quadrados. Somente então se chegava às definições necessárias para que eles realizassem o cálculo corretamente.

Cada problema estava proposto em uma folha única, já com letras maiores para que todos os alunos pudessem ler com facilidade e resolver em sua folha. Assim, o professor podia selecionar para a impressão apenas as páginas que continham os problemas que seriam entregues diretamente aos alunos. Na sequência de cada problema, apresentavam-se uma orientação que continha a habilidade à qual se referia e uma breve explanação a respeito da intencionalidade daquele problema, seguida pelos 10 passos, com breves reflexões para cada um deles.

Mais uma vez salienta-se que não se tratou de um manual de aplicação da sequência que devia ser seguido rigidamente, contudo, apresentava um caminho possível para que o professor trabalhasse com os problemas em sala de aula. É provável que o professor visse novas possibilidades e realizasse adaptações nos problemas, selecionando apenas as sequências que lhe fornecessem mais subsídio para o trabalho em sala de aula. Muitos caminhos poderiam ser tomados a partir das escolhas realizadas por cada professor diante da sequência, sem deixar de considerar que, ao final, se indicava a possibilidade de exploração de novos problemas que poderiam ser propostos de forma autônoma pelo professor.

5.2 Aplicação da Sequência Didática

A aplicação da SD elaborada para esse estudo ocorreu na escola municipal Professora Iris de Castro Amádio, no município de Boituva/SP, com uma de suas turmas de 7º ano, no mês de junho de 2022, logo após a liberação do CEP referente aos aspectos éticos da pesquisa. Antes desse mês já haviam sido procurados o diretor da unidade, para apresentação do projeto e solicitação de sua anuência – termo que segue na Plataforma Brasil junto à submissão do projeto –, e a professora regente da turma para apresentação do foco da pesquisa.

O diretor foi muito receptivo ao projeto e mostrou o horário das turmas do 7º ano da unidade escolar para que pudesse ser escolhida aquela que mais se adequasse ao pesquisador. Posteriormente, em uma reunião com a professora, foram explanados os propósitos da SD e a metodologia de resolução de problemas, com a intenção de gerar aprendizagens com mais sentido aos alunos, num formato que segue a linha contrária dos tradicionais livros didáticos.

A professora regente também se colocou à disposição para auxiliar na aplicação e coleta dos dados. Ela compreendeu o processo de pesquisa de mestrado e trouxe grandes contribuições nas conversas ao longo da aplicação. Neste momento, foi divulgado o termo de consentimento para participação da professora durante a pesquisa, visto que a aplicação seria em suas aulas.

No primeiro encontro com a turma, explicou-se a respeito da pesquisa, os objetivos foram expostos e mostrou-se como ocorreria sua participação, que deveria ser voluntária, sem obrigatoriedade, mas de grande importância. Desta forma, apresentaram-se também os termos de assentimento que eles deveriam preencher no momento da aula, caso concordassem, e o termo de consentimento dos pais, que deveria ser levado para casa e trazido de volta. Lembrou-se aos alunos que os termos são sempre em duas vias de igual teor, sendo que uma ficaria com eles, e a outra deveria ser devolvida ao pesquisador.

Passados os aspectos relacionados à ética e os termos entregues e explicados aos alunos, como todos os implicantes em sua participação na pesquisa, ocorreu a explicação da metodologia. Foram expostos aos alunos os nove passos que sempre ocorreriam em todas as aulas, para cada problema proposto, e que eles deveriam se organizar em grupos, com a participação de todos durante a resolução.

Foi proposto, naquele momento, que houvesse rotação de grupos durante a aplicação e que se organizasse, inicialmente, qual seria a configuração dos cinco grupos que estariam formados para a próxima aula. Nesta aula, seria realizado o primeiro problema como processo de reconhecimento da aplicação da pesquisa.

Assim, a aplicação ocorreu com um problema por aula de 50 minutos, sendo sempre necessárias as intervenções do pesquisador e da professora no controle do tempo, para que não ultrapassasse o planejado. Foram necessárias, portanto, 18 aulas de 50 minutos para a realização dos problemas. Das seis aulas semanais, três foram disponibilizadas para a aplicação da SD pelo pesquisador, mas houve alguns dias específicos em que eventos da unidade escolar impediram a ocorrência da aplicação.

Nenhum dos alunos se negou a participar, e a maioria teve um bom engajamento na realização das atividades. Contudo, era sempre necessário lembrá-los da necessidade das trocas durante a resolução, que não deveria ser individual. Por diversas vezes o pesquisador, ou a professora regente, era solicitado nos grupos. Os alunos, então, faziam perguntas sobre o problema e sempre recebiam uma nova pergunta como resposta, capaz de os fazer parar e analisar a situação, a fim de se chegar a uma conclusão.

Após realizarem cada problema, os alunos indicavam um representante do grupo para fazer os registros na lousa, e, em seguida, ocorria a plenária para discussão das respostas. Ali já podiam ser comparadas as respostas, e alguns alunos percebiam os seus erros a partir do que era exposto pelos colegas. Todavia, as folhas já haviam sido recolhidas e era possível realizar correções apenas na cópia que ficava com eles para ser colada no caderno. Por orientação da professora e do pesquisador, eles mantinham suas respostas iniciais e acrescentavam a correção, uma forma de fazer a análise do erro, posteriormente.

Após chegarem a um consenso, o pesquisador retomava as respostas dos alunos para que se realizasse a formalização do conteúdo. Era interessante juntar as partes que os alunos haviam defendido na plenária relativas às suas resoluções como base para se chegar ao conhecimento formal. Em algumas situações, eles ficavam surpresos com a fórmula algébrica alcançada, principalmente nas expressões e equações. Porém, sempre se destacou a importância de se construir conhecimento e da possibilidade de resolver o problema de um tópico novo, utilizando-se estratégias já conhecidas.

Finalizadas as seis sequências propostas, com três problemas cada, os alunos haviam passado pelas habilidades propostas para álgebra no 7º ano. Não foi uma grande lista de exercícios para a prática dos alunos, mas, na lógica, eles desafiaram seu raciocínio a descobrir alternativas para a resolução, e não apenas para aplicar um algoritmo de resolução que lhes fosse dado.

No último encontro, houve um momento de agradecimento aos alunos pelo empenho e pela participação, bem como à professora que permitiu que parte de suas aulas semanais fosse ocupada pela pesquisa. Os problemas eram sempre fornecidos em duas vias: uma ficava colada no caderno do aluno, e a outra era devolvida, com nome, ao pesquisador, para que formasse o *corpus* de análise dos dados.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa foi movida pela inquietação quanto ao ensino e à aprendizagem da unidade temática álgebra no 7º ano do ensino fundamental. Para investigar como se encontrava a situação da aprendizagem desse tópico, resolvemos explorar os relatórios de macroavaliações do SAEB e do PISA. Tais avaliações eram capazes de mostrar, numa dimensão ampliada, em que nível se encontravam as aprendizagens dos alunos em relação à álgebra.

Iniciamos o processo através de uma análise dos indicadores apresentados nessas avaliações, considerando-se suas particularidades. Obtivemos, a partir do relatório do SAEB, uma visão geral dos descritores específicos de álgebra na avaliação que é aplicada em todo o território nacional. Escolas públicas de maneira obrigatória e escolas particulares por livre adesão participaram dessa importante avaliação da qualidade da educação no Brasil.

A partir desse relatório, filtradas as habilidades que são chamadas, nessa avaliação, de descritores, referentes à álgebra, analisamos em quais condições se encontrava a aprendizagem matemática desses alunos. O que se viu foi um panorama alarmante, com índices representativos nas escalas mais baixas dos níveis de desempenho determinados pelas provas. Ou seja, os alunos possuem baixa proficiência nessa unidade matemática, conhecimentos muito básicos e habilidades simples.

Conforme o nível das questões aumentava, ampliava-se a complexidade, abrangendo-se habilidades que dependiam de uma base anterior de conhecimentos prévios bem consolidados, nos deparávamos com resultados negativos. Quanto mais acima na escala de desempenho se adentrava no relatório, menores eram as porcentagens totais de alunos que as alcançavam. Isso está presente não apenas em nível nacional, mas também nos boletins que são liberados para análise das escolas.

O que agrava ainda mais os resultados do SAEB é que este índice avalia alunos do 9º ano, numa amostra que representa os anos finais da escolarização fundamental. Assim, percebemos que as habilidades referentes à álgebra não foram bem consolidadas no 7º ano, bem como nos anos seguintes.

O segundo relatório analisado nessa pesquisa foi o do PISA, um programa de avaliação dos estudantes em nível internacional, organizado pela OCDE, que surgiu com o princípio de avaliar as capacidades cognitivas dos alunos da faixa dos 15 anos de idade. Esta prova volta-se para conhecimentos que possam ser aplicados em situações-problema vivenciadas pelos alunos fora dos muros da escola. A avaliação do PISA é caracterizada como inovadora e avalia a língua portuguesa, matemática e as ciências em sua estrutura básica, mas também perpassa por temas como letramento financeiro e competência global.

A partir dos níveis de desempenho da matemática apresentados por essa avaliação, percebemos que o Brasil encontrou-se no nível mais baixo, semelhante ao que foi encontrado no SAEB, que os alunos têm capacidade de se envolver em habilidades muito básicas com relação aos conhecimentos algébricos. O que a própria avaliação apresentou, nesse nível, foram atividades de comandos diretos, sem necessidade de um pensamento rumo ao desenvolvimento de ideias mais elaboradas.

Nos recortes realizados para a análise desses níveis de desempenho, percebemos a baixa complexidade das tarefas exigidas. A maior concentração de alunos não passou do nível zero, no qual nem se descreveram habilidades. Esses apontamentos trouxeram um aporte a mais sobre a defasagem que já havia sido percebida nos dados do SAEB.

Assim, retomamos um dos principais objetivos dessa pesquisa, que era propor a metodologia de resolução de problemas em matemática para a melhoria da prática docente e da aprendizagem dos alunos. Neste ínterim, embasado nos índices dos relatórios, notou-se uma defasagem na aprendizagem, por isso era hora de pensarmos em uma proposta com relação ao ensino que fosse capaz de intervir nessa situação.

Iniciamos a construção da sequência didática (SD), tomando como referência as habilidades apontadas para a unidade temática de álgebra, pela BNCC, para o 7º ano do ensino fundamental. Contendo três problemas em cada sequência, num nível crescente de complexidade, a sequência pretendia seguir os passos da metodologia de resolução de problemas e alcançar aprendizagens mais efetivas para os alunos.

Foram escolhidos temas para as questões que pudessem aproximar os alunos de situações possíveis em seu cotidiano. Assim, deu-se início à aplicação dessa sequência em uma escola pública municipal do estado de São Paulo. Uma turma de 7º ano foi escolhida, e a professora regente acolheu, com muito entusiasmo, a pesquisa em sua sala de aula.

Apresentamos aos alunos os passos da metodologia, e, sempre seguindo tais passos, as aulas foram desenvolvidas, com o protagonismo dos alunos na construção dos próprios conhecimentos, a partir de poucas mediações do pesquisador e da professora regente. O papel era realmente observar a linha de raciocínio dos alunos, lhes proporcionando orientações para as resoluções dos problemas.

Nas situações propostas, os alunos se agrupavam rapidamente e iniciavam as leituras individuais e em grupo. A partir dos problemas propostos na SD, eram construídas as discussões em cada grupo, e os membros levantavam suas hipóteses e faziam comparações. Após o tempo de resolução, com acompanhamento e incentivo, os alunos registravam as soluções dos grupos na lousa para que ocorresse a plenária.

Esse era um momento muito rico para trocar ideias além daquelas que foram discutidas dentro do próprio grupo. O processo de busca de consenso levava em consideração os apontamentos de todos os alunos, para que, com todas as hipóteses levantadas, se chegasse a um acordo sobre a resolução correta. Passava-se, então para o momento da formalização, conduzido pelo professor. Tomavam-se os apontamentos dos alunos como base e apresentava-se, em linguagem matemática, a resolução que havia sido construída por eles mesmos.

Alguns problemas contavam, nesse momento, com uma intervenção maior do professor referente à apresentação sistematizada da fórmula matemática que poderia ser também utilizada naquela resolução. Em outras situações, pouco era necessário acrescentar, pois as respostas apresentadas pelos alunos se mostravam robustas e com importantes conhecimentos matemáticos desenvolvidos. Assim, fortaleceu-se o foco do trabalho com essa metodologia, que vai do problema até a formalização, ao invés de se iniciar pela teoria e passar então a uma mera aplicação, em forma de treino.

Os dados dessa avaliação que foram levantados constituíram um *corpus* para ser analisado. Logo, partimos para a escolha metodológica dessa análise e percebemos que a análise de conteúdo melhor se adequaria. Após um mergulho na teoria relativa à análise de conteúdo, notamos que deveríamos nos direcionar por uma análise icônica ao analisarmos as imagens das resoluções dos alunos.

Por meio dessa análise, com divisões feitas na imagem, descrevemos o que o aluno tinha construído sobre conhecimentos matemáticos. Fizemos, também, uma análise referente aos erros apresentados e às suas possíveis causas, apontando para as necessidades percebidas nas soluções dadas pelos alunos aos problemas.

Categorias foram criadas para que fossem acomodados os dados analisados, constituindo-se, assim, a categoria “erros de resolução” e a categoria “desenvolvimento do pensamento algébrico”. Nessas duas categorias, percebemos características específicas que levaram as resoluções a serem ali agrupadas. Dentro da categoria de erros de resolução, observamos características de erro de cálculo ou resolução incompleta, quando havia claramente um erro no cálculo efetuado ou sua inconclusão sobre a interpretação do enunciado. A característica conhecimentos prévios indicava que era necessário um conhecimento anterior que não foi adquirido.

Estavam presentes na categoria do desenvolvimento do pensamento algébrico as características de diferentes estratégias de resolução e a estrutura ou linguagem algébrica aparente. A primeira era relativa às diversas maneiras de resolução apresentadas pelos alunos, quase sempre aritméticas, mas que possibilitavam que eles chegassem a uma correta solução. A segunda era sobre o que realmente se buscava com essa pesquisa, ou seja, o desenvolvimento de uma linguagem e pensamentos algébricos.

Complementando o processo, houve um capítulo nessa pesquisa que se dedicou à apresentação da construção dos conhecimentos algébricos ao longo da história, até sua chegada oficial aos currículos. Apresentamos, também, a fundamentação teórica e metodológica da resolução de problemas, que serviu de base para a proposta de intervenção em nosso produto educacional.

Pelos diversos caminhos percorridos ao longo dessa pesquisa, aplicando e analisando os dados coletados, acreditamos termos alcançado o objetivo a que nos propomos. Apresentamos uma proposta de abordagem da álgebra num formato alternativo, através da resolução de problemas, e entendemos que, por meio dessa proposta na SD, se construíram aprendizagens mais significativas, trazendo mais sentido as atividades realizadas pelos alunos. Isso proporcionou uma contribuição ao trabalho pedagógico dos docentes que atuam nesse ano em específico.

Findamos essa pesquisa como um produto educacional possível de ser aplicado em turmas de 7º ano do ensino fundamental, estruturadas a partir da aplicação da metodologia de resolução de problemas. Demonstramos a validade desse produto em nossa análise, com categorias e características que poderão ser utilizadas, questionadas e melhoradas por pesquisadores adiante, ampliando-se as considerações realizadas neste estudo.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? *In*: ALLEVATO, F. C. H. N.; JUSTULIN, A. M.; NOGUTI, F. C. H.; ONUCHIC, L. L. R. (Orgs.). **Resolução de Problemas Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ALMEIDA, Jadilson Ramos de. **Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita**: um estudo exploratório nos livros didáticos de matemática do 7º ano do ensino fundamental. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) − Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

ALVES, Alda Judith. O planejamento de pesquisas qualitativas em educação. **Cadernos de pesquisa**, n. 77, p. 53-61, 1991.

APPOLINÁRIO, Fábio. Dicionário de metodologia científica: um guia para a produção do conhecimento científico. *In*: **Dicionário de metodologia científica**: um guia para a produção do conhecimento científico. 2007. p. 300.

ARAÚJO, Elizabeth Adorno de. Ensino de álgebra e formação de professores. Educação Matemática Pesquisa. **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 10, n. 2, 2008.

BARBOSA, Edelweis Jose Tavares; LINS, Abigail Fregni. Organização praxeológica: equação do primeiro grau em livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental. **Seminário internacional de pesquisa em educação matemática,** v. 5, p. 1-19, 2012.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, p. 279, 2011.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**: edição revista e ampliada. São Paulo: Edições, v. 70, p. 280, 2016.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasil no PISA 2018**. Brasília, 2020. 185p.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. LDB **- Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL, MEC. **Diretrizes Curriculares Nacionais**. Brasília, 2013.

BRASIL, MEC. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Brasília, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

CAMPOS, Márcia Azevedo. **Construindo o significado para o x do problema.** 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) − Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus - Bahia, 2015.

CAMPOS, Marcia Azevedo; FARIAS, Luiz Márcio Santos. A educação algébrica e a resolução de problemas numéricos no 6º. ano do ensino fundamental: prelúdio ao pensamento algébrico. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 21, n. 3, 2019.

CONSELHO NACIONAL DE SAÚDE. CNS. **Resolução nº 466, de 12 de dezembro de 2012**. Aprova diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos. Brasília, 2012. Disponível em: https://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2012/Reso466.pdf. Acesso em: 30 jul. 2022.

CONSELHO NACIONAL DE SAÚDE. CNS. **Resolução nº 510, de 07 de abril de 2016**. Dispõe sobre as normas aplicáveis a pesquisas em Ciências Humanas e Sociais cujos procedimentos metodológicos envolvam a utilização de dados diretamente obtidos com os participantes ou de informações identificáveis ou que possam acarretar riscos maiores do que os existentes na vida cotidiana, na forma definida nesta Resolução. Brasília, 2016. Disponível em: http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2016/Reso510.pdf. Acesso em: 30 jul. 2022.

CORREIO, Marcelo Câmara Santos; CORREIO, Jadilson Ramos Almeida. Parâmetros balizadores da pesquisa em educação matemática no Brasil: pesquisa em educação algébrica. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 17, n. 3, p. 541-555, 2015.

COUTINHO, Clara Pereira; LISBÔA, Eliana Santana. Sociedade da informação, do conhecimento e da aprendizagem: desafios para educação no século XXI. **Revista de Educação**, v. XVIII, nº 1, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática, 7º ano:** ensino fundamental, anos finais. 3.ed. São Paulo: Ática, 2018.

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Trad. Joice Elias Costa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

INEP/MEC. **Relatório SAEB**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2021. 248p.

LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino e aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas como prática sociointeracionista. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, v. 29, p. 955-978, 2015.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 1997.

MARCHAND, Patricia; BEDNARZ, Nadine. L'enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. **Bulletin AmQ**, v. 39, n. 4, p. 30-42, 1999.

MARTINS, Pura Lucia Oliver. As formas e práticas de interação entre professores e alunos. *In*: VEIGA, I. P. A. (Org.).**Lições de Didática**. Campinas/SP: Papirus, 2006.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dário; MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? **Pro-Posições**, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. *In*: CRUZ NETO, Otávio; MINAYO, M. C. S. **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Editora Vozes, 2002.

MORAIS, Rosilda dos Santos; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Uma Abordagem Histórica da Resolução de Problemas. *In*: ALLEVATO, F. C. H. N.; JUSTULIN, A. M.; NOGUTI, F. C. H.; ONUCHIC, L. L. R. (Orgs.). **Resolução de Problemas Teoria e Prática.** Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

NERES, Raimundo Luna; COSTA, Venâncio Barros. Resolução de Problemas, segundo Pólya, para o ensino de probabilidade usando jogos de loteria. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 2, 2018.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. **Educação Matemática**: pesquisa em movimento, v. 2, p. 213-231, 2004.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-** Mathematics Education Bulletin, p. 73-98, 2011.

PATTON, Michael Quinn. **Qualitative evaluation and research methods**. Washington: SAGE Publications, inc, 1990.

PINTO, Antonio Henrique. A Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, v. 31, p. 1045-1060, 2017.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Trad. e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico,** 2009.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto radix**: matemática, 8º ano. São Paulo: Scipione, 2009.

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 36. ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

SANTOS, Emerson da Silva dos; BATAGLIA, Patrícia Unger Raphael. BNCC e a construção do pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental. **Schème**: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas, v. 13, n. 2, p. 199-218, 2021.

SÃO PAULO. SEDUC/SP. **Currículo Paulista**. Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/#curriculo. Acesso em: 30 jul. 2022.

SCREMIN, Greice; RIGHI, Flávia Pereira. Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC. **Ensino em Re-Vista**, v. 27, n. 2, p. 409-433, 2020.

SESSA, Carmen. I**niciação ao estudo didático da álgebra**: origens e perspectivas. São Paulo: Edições SM, 2009.

SILVA, Denivaldo Pantoja da; GUERRA, Renato Borges. Para que ensinar regra de três? (CO). *In*: **XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**. 2011.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A Pesquisa Científica. *In*: GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31-41.

SOARES, Flávia. Ensino de matemática e matemática moderna em congressos no Brasil e no mundo. **Revista Diálogo Educacional**, v. 8, n. 25, p. 727-744, 2008.

SOUZA, Debora da Silva *et al*. **Concepções de Álgebra presentes nas macroavaliações**: os casos da Prova Brasil e do ENEM de 2011. 2017.

THORNDIKE, Edward Lee. **The new methods in arithmetic**. Chicago/New York: Rand McNally & Company, 1921.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. *In*: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p. 9-22.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. 4. ed. New York: Longman, 2001.

ZABALA, Antony. **A prática educativa**: como ensinar. Trad. Ermani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZANETTE, Marcos Suel. Pesquisa qualitativa no contexto da Educação no Brasil. **Educar em Revista**, p. 149-166, 2017.

APÊNCICE A

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(participantes menores de 18 anos)

Este é um convite especial a você, para a participação voluntária na pesquisa **“Resolução de Problemas em Matemática: Uma Proposta de Abordagem para Álgebra no 7º ano do Ensino Fundamental”.** Por favor, leia com atenção as informações abaixo antes de dar seu consentimento. Qualquer dúvida sobre o estudo ou sobre este documento entre em contato diretamente com o pesquisador responsável.

OBJETIVOS E BENEFÍCIO DO ESTUDO

Pretendemos com esta pesquisa investigar o uso da Metodologia de Resolução de Problemas em matemática como auxílio para a sua aprendizagem significativa das habilidades de álgebra. Assim você terá contato com uma outra forma de resolver problemas matemáticos, atuando em grupo com seus colegas e descobrindo novos conhecimentos matemáticos. Esperamos que ao fim de nossa pesquisa você possa ter aprendido muito mais sobre álgebra, desenvolvendo seu raciocínio e colaborando com os colegas.

PROCEDIMENTOS/METODOLOGIA

Você, aluno regularmente matriculado e que frequenta o 7º ano do Ensino Fundamental na EMEF Professora Iris de Castro Amadio, no município de Boituva/SP, irá participar da aplicação de uma sequência didática, que irá abordar as habilidades propostas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018) para álgebra, através da metodologia de Resolução de Problemas.

No próprio período de aula, durante a aula de matemática, você será convidado a fazer parte de um grupo, com outros alunos da sua turma, a partir do problema proposto pelo professor, de um conhecimento que você pode ainda não ter, mas tem total capacidade de descobrir, utilizando aquilo que você já sabe de matemática.

Na sequência você irá conversar com os demais integrantes do grupo a respeito das hipóteses que cada um levantou, buscando construir uma resposta que será apresentada por um integrante do grupo na lousa. Expostas as respostas na lousa seu grupo e toda a turma participarão de uma plenária, na qual cada grupo defende seu ponto de vista, porém ouve o que os demais tem a acrescentar.

Chegado a um consenso sobre a resposta, o professor irá auxiliar vocês na formalização da resposta em linguagem matemática. O mais importante é que tudo que os vocês produzirem será levado em consideração, sem se preocupar com o que está certo ou errado.

Você responderá um questionário ao fim da pesquisa, contando um pouco da sua opinião sobre essa proposta de abordagem da álgebra através da metodologia de Resolução de Problemas em Matemática, ou seja, vai relatar o que você achou de cada problema, das habilidades e dos momentos de aplicação da sequência. Sua opinião é muito importante, portanto, poderá escrever tudo o que pensar.

Analisaremos as suas respostas com base no que propõem as habilidades descritas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018) que sempre estarão destacadas ao fim da sequência, depois de você realizar a resolução dos problemas

Rubrica do pesquisador	Rubrica do Participante

propostos. Observando também o que apontam os descritores do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) sobre habilidades de álgebra.

DESPESAS/RESSARCIMENTO DE DESPESAS DO VOLUNTÁRIO

Por ser uma pesquisa que acontecerá na própria escola, no seu horário de aula de matemática, não haverá custo algum.

Caso durante a participação nessa pesquisa, haja algum custo, ele será ressarcido pelos pesquisadores.

PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA

A sua participação é voluntária, de forma livre e espontânea, tendo plena e total liberdade para se recusar a participar ou responder questionários, sem que isso acarrete a você qualquer tipo de prejuízo.

GARANTIA DE SIGILO E PRIVACIDADE

As informações relacionadas ao estudo são confidenciais e serão divulgadas em relatório ou publicação sob forma codificada, para que a confidencialidade seja mantida. O pesquisador garante que seu nome não será divulgado sob hipótese alguma.

O pesquisador se responsabiliza sob respaldo da Resolução Nº 466, de 12/12/2012 que resolve aprovar as diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos, manter os dados da pesquisa em arquivo, físico ou digital, sob sua guarda e responsabilidade, por um período de 5 anos após o término da mesma.

RISCOS DA PESQUISA

Sua participação nessa pesquisa envolve riscos mínimos, em acordo com o estabelecido na Resolução 510/2016 sobre normas aplicáveis em pesquisas em Ciências Humanas e Sociais do Conselho Nacional de Saúde. Você pode sentir certa estranheza à metodologia proposta, sentindo-se pressionado a responder e participar das atividades em grupo para resolução dos problemas. Você pode também ficar tímido por não conseguir expressar sua linha de raciocínio para o problema proposto. Para isso será sempre utilizada uma comunicação clara nas orientações sobre a metodologia em cada problema, que você poderá questionar a qualquer instante, importando que você seja o autor principal de sua aprendizagem. Será proposta uma

variação nos grupos por sorteio, para que haja contato com todos os colegas da sala, reduzindo assim problemas com timidez, melhorando a sua integração com os demais.

INDENIZAÇÃO EM CASO DE DANOS

Caso você participante, vier a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação na pesquisa, previsto ou não no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, terá direito à indenização por parte do pesquisador. Você terá direito de

Rubrica do pesquisador	Rubrica do Participante

receber assistência integral e imediata, no caso de algum dano, de forma gratuita.

BENEFÍCIOS PARA OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Você poderá se beneficiar das trocas de ideias e discussões propostas nos grupos, aumentando sua confiança e sua capacidade de trabalho cooperativo. Poderá também encontrar mais sentido na produção do próprio conhecimento, chegando de forma autônoma a resolução dos problemas propostos.

ESCLARECIMENTO DE DÚVIDAS

Você, responsável pelo participante menor de 18 anos, poderá fazer todas as perguntas que julgar necessárias durante e após o estudo.

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o CEP - Comitê de Ética em Pesquisa da UENP - Universidade Estadual do Norte do Paraná *Campus* Luiz Meneghel de Bandeirantes Fone/Fax: +55 (43) 3542 8010 I Fax: +55 (43) 3542 8056 Rodovia BR-369 Km 54, Vila Maria, CP 261 - CEP 86360-000 Bandeirantes - Paraná – Brasil.

Assim, assino este termo, juntamente com o pesquisador, em duas vias de igual teor, ficando uma via sob meu poder e outra em poder do pesquisador.

Eu ____
RG nº _____________________________ li e concordo em participar dessa pesquisa.

Boituva, ______de ___________________de 2022.

____________________________	__________________________
Participante menor de 18 anos	Responsável pela Pesquisa

APÊNDICE B

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(Responsáveis por participantes menores de 18 anos)

Este é um convite especial para autorização a participação voluntária na pesquisa **"Resolução de Problemas em Matemática: Uma Proposta de Abordagem para Álgebra no 7º ano do Ensino Fundamental".** Por favor, leia com atenção as informações abaixo antes de dar seu consentimento. Qualquer dúvida sobre o estudo ou sobre este documento entre em contato diretamente com o pesquisador responsável.

OBJETIVOS E BENEFÍCIO DO ESTUDO

Pretendemos com esta pesquisa investigar o uso da Metodologia de Resolução de Problemas em matemática como auxílio para a aprendizagem significativa das habilidades de álgebra no 7º ano do ensino fundamental. Nesse estudo, o pesquisador busca ainda a fundamentação teórica necessária para o apoio da aplicação da metodologia proposta. Ao final da pesquisa, o produto educacional, que no caso será uma sequência didática elaborada com base na Metodologia de Resolução de Problemas em Matemática, poderá ser utilizado por professores com suas turmas de 7º ano.

PROCEDIMENTOS/METODOLOGIA

O participante menor de 18 anos, pelo qual você é responsável legal, aluno regularmente matriculado e que frequenta o 7º ano do Ensino Fundamental na EMEF Professora Iris de Castro Amadio, no município de Boituva/SP, irá participar da aplicação de uma sequência didática, que irá abordar as habilidades propostas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018) para álgebra nesse ano/série específico, através da metodologia de Resolução de Problemas.

No próprio período de aula, durante a aula de matemática, o aluno será convidado a fazer parte de um grupo, com outros alunos da turma, a partir do problema proposto pelo professor, de um conhecimento que o aluno ainda não possui, mas que tenha conhecimentos prévios suficientes para subsidiar a construção do novo saber, levando-o ao levantamento das hipóteses iniciais.

Na sequência o aluno discute com os demais integrantes do grupo a respeito das hipóteses que cada um levantou, buscando construir uma resposta que será apresentada por um integrante do grupo na lousa. Expostas as respostas na lousa os alunos de toda a turma participarão de uma plenária, na qual cada grupo defende seu ponto de vista, porém ouve o que os demais tem a acrescentar.

Chegado a um consenso sobre a resposta, o professor irá auxiliar os alunos na formalização da resposta em linguagem matemática. O mais importante é que tudo que os alunos produzirem, será levado em consideração.

Serão aplicados ao final da pesquisa questionários para os alunos e o professor, nos quais eles relatarão suas percepções sobre a proposta de abordagem da álgebra através da metodologia de Resolução de Problemas em Matemática.

A análise dos dados se dará de forma qualitativa, observando os descritores das avaliações SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) sobre álgebra e também as próprias

Rubrica do pesquisador	Rubrica do Responsável

habilidades que cada problema ou sequência de problemas pretendeu desenvolver. Os dados serão apresentados na dissertação final do mestrado, na qual os participantes receberão um código para identificação, garantindo assim seu anonimato.

DESPESAS/RESSARCIMENTO DE DESPESAS DO VOLUNTÁRIO

Por ser uma pesquisa que acontecerá na própria escola que o participante frequenta, em horário normal de aula, a sua participação não prevê custos.
Caso durante a participação nessa pesquisa, haja algum custo, ele será ressarcido pelos pesquisadores.

PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA

A participação do menor pelo qual você é responsável legal, será voluntária, de forma livre e espontânea, tendo plena e total liberdade para se recusar a participar ou responder questionários, sem que isso acarrete a ele qualquer tipo de prejuízo.

GARANTIA DE SIGILO E PRIVACIDADE

As informações relacionadas ao estudo são confidenciais e serão divulgadas em relatório ou publicação sob forma codificada (nome fictício), para que a confidencialidade seja mantida. O pesquisador garante que seu nome não será divulgado sob hipótese alguma.

O pesquisador se responsabiliza sob respaldo da Resolução Nº 466, de 12/12/2012 que resolve aprovar as diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos, manter os dados da pesquisa em arquivo, físico ou digital, sob sua guarda e responsabilidade, por um período de 5 anos após o término da mesma.

RISCOS DA PESQUISA

A participação na pesquisa envolve riscos mínimos, em acordo com o estabelecido na Resolução 510/2016 sobre normas aplicáveis em pesquisas em Ciências Humanas e Sociais do Conselho Nacional de Saúde. Os alunos poderão ter estranheza a metodologia proposta, sentindo-se pressionados a responder e participar das atividades em grupo para resolução dos problemas. Alguns alunos podem também ficar tímidos por não conseguirem expressar sua linha de raciocínio para o problema proposto.

Com relação aos alunos para minimizar os riscos, será utilizada uma comunicação clara nas orientações a respeito da metodologia, ressaltando a importância de a aprendizagem ser desenvolvida por eles como autores no processo. Para a formação dos grupos o professor pode fazer sorteios e assim estar sempre modificando os alunos presentes nos grupos para ampliar o contato com todos da turma e se sentirem confortáveis em trocar ideias com todos os colegas. Com relação ao professor é necessário expor que mesmo que se leve um tempo maior para o desenvolvimento da resolução de um único problema, o potencial significativo dessa aprendizagem é maior que fazer uma lista mecanicamente.

INDENIZAÇÃO EM CASO DE DANOS

Rubrica do pesquisador	Rubrica do Responsável

Caso o participante, aluno pelo qual você é responsável, vier a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação na pesquisa, previsto ou não no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, terá direito à indenização, por parte do pesquisador. O participante receberá assistência integral e imediata, de forma gratuita na ocorrência de qualquer tipo de dano.

BENEFÍCIOS PARA OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Os alunos poderão se beneficiar das trocas de ideias e discussões propostas nos grupos, aumentando sua confiança e sua capacidade de trabalho cooperativo. Os alunos poderão encontrar mais sentido na produção do próprio conhecimento, chegando de forma autônoma a resolução dos problemas propostos.

ESCLARECIMENTO DE DÚVIDAS

Você, responsável pelo participante menor de 18 anos, poderá fazer todas as perguntas que julgar necessárias durante e após o estudo.

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o CEP - Comitê de Ética em Pesquisa da UENP - Universidade Estadual do Norte do Paraná *Campus* Luiz Meneghel de Bandeirantes Fone/Fax: +55 (43) 3542 8010 I Fax: +55 (43) 3542 8056 Rodovia BR-369 Km 54, Vila Maria, CP 261 - CEP 86360-000 Bandeirantes - Paraná – Brasil.

Assim, assino este termo, juntamente com o pesquisador, em duas vias de igual teor, ficando uma via sob meu poder e outra em poder do pesquisador.

Eu ____
RG nº ________________________________ li e concordo em autorizar a participação de
____
nessa pesquisa.

Boituva, ______de ____________________de 2022.

____________________________________ ______________________
Responsável por participante menor de 18 anos Responsável pela Pesquisa

APÊNDICE C

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(Professor regente da turma de 7ºano)

Este é um convite especial a você, para participação voluntária na pesquisa **"Resolução de Problemas em Matemática: Uma Proposta de Abordagem para Álgebra no 7º ano do Ensino Fundamental".** Por favor, leia com atenção as informações abaixo antes de dar seu consentimento. Qualquer dúvida sobre o estudo ou sobre este documento entre em contato diretamente com o pesquisador responsável.

OBJETIVOS E BENEFÍCIO DO ESTUDO

Pretendemos com esta pesquisa investigar o uso da Metodologia de Resolução de Problemas em matemática como auxílio para a aprendizagem significativa das habilidades de álgebra no 7º ano do ensino fundamental. Nesse estudo, o pesquisador busca ainda a fundamentação teórica necessária para o apoio da aplicação da metodologia proposta. Ao final da pesquisa, o produto educacional, que no caso será uma sequência didática elaborada com base na Metodologia de Resolução de Problemas em Matemática, poderá ser utilizado por professores com suas turmas de 7º ano.

PROCEDIMENTOS/METODOLOGIA

Os alunos de sua turma regularmente matriculados e que frequentam o 7º ano do Ensino Fundamental na EMEF Professora Iris de Castro Amadio, no município de Boituva/SP, irão participar da aplicação de uma sequência didática, que irá abordar as habilidades propostas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018) para álgebra nesse ano/série específico, através da metodologia de Resolução de Problemas.

No próprio período de aula, durante a aula de matemática, os alunos serão convidados a fazer parte de um grupo, com outros alunos da turma, a partir do problema proposto pelo pesquisador, de um conhecimento que o aluno ainda não possui, mas que tenha conhecimentos prévios suficientes para subsidiar a construção do novo saber, levando-o ao levantamento das hipóteses iniciais.

Na sequência os alunos discutem em grupo a respeito das hipóteses que cada um levantou, buscando construir uma resposta que será apresentada por um integrante do grupo na lousa. Expostas as respostas na lousa os alunos de toda a turma participarão de uma plenária, na qual cada grupo defende seu ponto de vista, porém ouve o que os demais tem a acrescentar.

Chegado a um consenso sobre a resposta, você professor irá auxiliar os alunos na formalização da resposta em linguagem matemática. O mais importante é que tudo que os alunos produzirem, seja levado em consideração.

Ao fim da pesquisa você responderá um questionário, no qual relatará suas percepções sobre a proposta de abordagem da álgebra através da metodologia de Resolução de Problemas em Matemática.

A análise dos dados se dará de forma qualitativa, observando os descritores das avaliações SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) sobre álgebra e também as próprias

Rubrica do pesquisador	Rubrica do Participante

habilidades que cada problema ou sequência de problemas pretendeu desenvolver. Os dados serão apresentados na dissertação final do mestrado, na qual os participantes receberão um código para identificação, garantindo assim seu anonimato.

DESPESAS/RESSARCIMENTO DE DESPESAS DO VOLUNTÁRIO

Por ser uma pesquisa que acontecerá na própria escola que o participante trabalha, em horário normal de aula, a sua participação não prevê custos.
Caso durante a participação nessa pesquisa, haja algum custo, ele será ressarcido pelos pesquisadores.

PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA

Sua participação será voluntária, de forma livre e espontânea, tendo plena e total liberdade para se recusar a participar ou responder o questionário, sem que isso acarrete a você qualquer tipo de prejuízo.

GARANTIA DE SIGILO E PRIVACIDADE

As informações relacionadas ao estudo são confidenciais e serão divulgadas em relatório ou publicação sob forma codificada (nome fictício), para que a confidencialidade seja mantida. O pesquisador garante que seu nome não será divulgado sob hipótese alguma.

O pesquisador se responsabiliza sob respaldo da Resolução Nº 466, de 12/12/2012 que resolve aprovar as diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos, manter os dados da pesquisa em arquivo, físico ou digital, sob sua guarda e responsabilidade, por um período de 5 anos após o término da mesma.

RISCOS DA PESQUISA

Sua participação e dos alunos de sua turma envolve riscos mínimos, em acordo com o estabelecido na Resolução 510/2016 sobre normas aplicáveis em pesquisas em Ciências Humanas e Sociais do Conselho Nacional de Saúde. Os alunos poderão ter estranheza a metodologia proposta, sentindo-se pressionados a responder e participar das atividades em grupo para resolução dos problemas. Alguns alunos podem também ficar tímidos por não conseguirem expressar sua linha de raciocínio para o problema proposto. Você, professor regente pode considerar a metodologia muito onerosa com relação ao tempo em comparação com métodos tradicionais.

Com relação aos alunos para minimizar os riscos, será utilizada uma comunicação clara nas orientações a respeito da metodologia, ressaltando a importância de a aprendizagem ser desenvolvida por eles como autores no processo. Para a formação dos grupos você professor pode fazer sorteios e assim estar sempre modificando os alunos presentes para ampliar o contato com todos da turma e se sentirem confortáveis em trocar ideias com todos os colegas. Com relação ao tempo, mesmo que se gaste mais para o desenvolvimento da resolução de um único problema, o potencial significativo dessa aprendizagem é maior que fazer uma lista mecanicamente.

Rubrica do pesquisador	Rubrica do Participante

INDENIZAÇÃO EM CASO DE DANOS

Caso você participante, vier a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação na pesquisa, previsto ou não no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, terá direito à indenização, por parte do pesquisador. Você terá direito de receber assistência integral e imediata, no caso de algum dano, de forma gratuita.

BENEFÍCIOS PARA OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Os alunos poderão se beneficiar das trocas de ideias e discussões propostas nos grupos, aumentando sua confiança e sua capacidade de trabalho cooperativo. Os alunos poderão encontrar mais sentido na produção do próprio conhecimento, chegando de forma autônoma a resolução dos problemas propostos. Você, professor regente poderá se beneficiar da ação ativa dos alunos no trabalho em grupo e ampliar a utilização da metodologia para outras unidades temáticas de matemática.

ESCLARECIMENTO DE DÚVIDAS

Você poderá fazer todas as perguntas que julgar necessárias durante e após o estudo.

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o CEP - Comitê de Ética em Pesquisa da UENP - Universidade Estadual do Norte do Paraná *Campus* Luiz Meneghel de Bandeirantes Fone/Fax: +55 (43) 3542 8010 I Fax: +55 (43) 3542 8056 Rodovia BR-369 Km 54, Vila Maria, CP 261 - CEP 86360-000 Bandeirantes - Paraná – Brasil.

Assim, assino este termo, juntamente com o pesquisador, em duas vias de igual teor, ficando uma via sob meu poder e outra em poder do pesquisador.

Eu ____
RG nº ______________________________ li e concordo em participar dessa pesquisa.

Boituva, ______de ____________________de 2022.

______________________________ Professor Regente

________________________ Responsável pela Pesquisa

ANEXO I

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ - UENP

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DA EMENDA

Título da Pesquisa: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM PARA ÁLGEBRA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pesquisador: IGOR VAZ DE CAMARGO

Área Temática:

Versão: 3

CAAE: 51731821.3.0000.8123

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.434.564

Apresentação do Projeto:

Conforme declarado no Projeto (versão submetida em 20/04/2022) trata-se de uma pesquisa mista (com fase quantitativa e fase qualitativa), desenvolvida em curso de mestrado, que tem como foco investigar o "[...] déficit de aprendizagem em álgebra de alunos do ensino fundamental, mais especificamente do 7º ano, a partir da análise de relatórios do SAEB e PISA". Propõe construir "[...] uma sequência didática com base em Zabala (1998), esse tipo de sequência envolve várias atividades dependentes entre si, que devem ser aplicadas em conjunto, pois assim levam ao desenvolvimento da habilidade a que se propõe. [...] Dentro dessa sequência as atividades serão problemas, e em cada problema será utilizada a metodologia de Resolução de Problemas em Matemática de Onuchic e Allevato (2011), essa metodologia propõe uma sequência de 9 passos para que o aluno consiga resolver em conjunto com os demais colegas, uma situação problema que envolve um conhecimento que ele ainda não tem, mas está interessado em aprender. Essa sequência didática constitui o produto educacional que será produzido no programa de mestrado, a validação dessas atividades ocorrerá através da aplicação desse produto com uma turma de 7º ano, que será o público-alvo desse material. Os resultados serão coletados e alguns serão apresentados no corpo da dissertação em acordo com aquilo que os descritores do SAEB e as próprias habilidades da BNCC (2018) descrevem, para que seja possível apontar se a abordagem de tais habilidades a partir da metodologia de Resolução de Problemas de fato leva o aluno a ser autor de sua própria aprendizagem".

Justificativa da emenda: mudança no local de aplicação da pesquisa para EMEF Professora Iris de Castro Amadio, localizada na cidade de Boituva/SP devido à mudança de endereço do pesquisador e necessária readequação do cronograma, adequando-se à nova realidade.

Objetivo da Pesquisa:

Não houve alterações.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Não houve alterações.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O pesquisador solicita emenda devido à mudança de endereço de residência, tendo que também mudar o endereço de onde será realizada a pesquisa e o cronograma para as adequações necessárias, como a aprovação do Comitê de Ética da UENP.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

O protocolo de pesquisa apresenta adequadamente os termos de apresentação obrigatória: nova folha de rosto devido à mudança de endereço do pesquisador, cronograma, TCLE, TALE, Termos de anuência institucional. Os TCLEs dos professores e menores, bem como o TALE foram alterados apenas na questão do local de aplicação da coleta de dados. Foi inserido termo de anuência da nova escola em que ocorrerá o desenvolvimento do projeto.

Recomendações:

Não há recomendações.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Não há óbices éticos. Conclui-se pela aprovação da emenda.

Considerações Finais a critério do CEP:

Diante do exposto, o Comitê de Ética em Pesquisa-CEP, de acordo com as atribuições definidas na Resolução CNS n.510 de 2016, na Resolução CNS n.466 de 2012 e na Norma Operacional n.001 de 2013 do CNS, manifesta-se pela aprovação do protocolo de pesquisa proposto.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação

Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_1933561_E1.pdf	20/04/2022 21:20:17		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_de_Pesquisa.pdf	20/04/2022 21:15:48	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
Outros	Carta_Emenda_Igor.pdf	20/04/2022 21:14:41	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_Rosto_Igor.pdf	20/04/2022 21:08:02	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
Outros	SEQUENCIA_DIDATICA.pdf	20/04/2022 21:06:53	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
Outros	Termo_Anuencia.pdf	18/04/2022 21:46:55	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
Outros	Termo_de_Autorizacao_Igor.pdf	18/04/2022 21:46:12	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_Igor.pdf	18/04/2022 21:43:53	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Resp_de_Menores_Igor.pdf	18/04/2022 21:43:42	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Professor_Igor.pdf	18/04/2022 21:43:22	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
Outros	Carta_Resposta_Igor.pdf	19/10/2021 22:50:40	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
Outros	Questionario_Professor.pdf	25/08/2021 22:42:59	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito
Outros	Questionario_Aluno.pdf	25/08/2021 22:42:40	IGOR VAZ DE CAMARGO	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

BANDEIRANTES, 27 de Maio de 2022

Assinado por:
EDNA APARECIDA LOPES BEZERRA KATAKURA
(Coordenador(a))