UENP

PPEd

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO BÁSICA

ANDRÉIA PATROCINIO MARQUEZEPE

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Jacarezinho
2021

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
ANDRÉIA PATROCINIO MARQUEZEPE

2021

ANDRÉIA PATROCINIO MARQUEZEPE

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Norte da Paraná, como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de Concentração: Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. GEORGE FRANCISCO SANTIAGO MARTIN

Jacarezinho
2021

Ficha catalográfica elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

PM357m

Patrocinio Marquezepe, Andréia
Modelagem Matemática: Uma alternativa para o ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental / Andréia Patrocinio Marquezepe; orientador George Francisco Santiago Martin - Jacarezinho, 2021.
46 p.

Produção Técnica Educacional (Mestrado Profissional em PPED) - Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2021.

1. Educação Básica. 2. Práticas Docentes. 3. Modelagem Matemática. 4. Anos Iniciais. 5. Educação Matemática. I. Francisco Santiago Martin, George, orient. II. Título.

LISTA DE FIGURAS E QUADROS REPRESENTATIVOS

Figura 1 – Os casos de Modelagem Matemática..... 14

Figura 2 – Diagrama de uma atividade de Modelagem Matemática..... 15

Figura 3 – Esquema de uma Modelagem Matemática..... 17

Quadro 1 – Relação das referências dos artigos analisados da categoria (A) 21

Quadro 2 – Relação das referências dos artigos analisados da categoria (B) 23

Quadro 3 – Relação das referências dos artigos analisados da categoria (C) 26

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO..... 5

INTRODUÇÃO..... 7

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA..... 8

1.1 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?..... 8

1.2 POR QUE UTILIZAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS..... 10

1.3 COMO UTILIZAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS..... 13

2. ALGUNS RESULTADOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA..... 20

2.1 (A) CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A APRENDIZAGEM..... 20

2.2 (B) CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR E DA PRÁTICA PEDAGÓGICA..... 22

2.3 (C) O USO DA LINGUAGEM SIMBÓLICA, MODELOS E CONCEITOS MATEMÁTICOS NA CONSTRUÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA..... 26

3 EXEMPLOS DE POSSÍVEIS INTERVENÇÕES DURANTE AS ATIVIDADES..... 29

3.1 PRIMEIRO EXEMPLO..... 30

3.2 SEGUNDO EXEMPLO..... 34

3.3 TERCEIRO EXEMPLO..... 37

CONSIDERAÇÃO FINAIS..... 41

REFERÊNCIAS..... 42

APRESENTAÇÃO

Esta pesquisa procurou trazer os significados para Modelagem Matemática (MM) nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental presentes nos artigos publicados do último quinquênio, evidenciou-se vários pontos interessantes que podem colaborar no ensino e aprendizagem matemática. E este produto educacional representa o resultado da dissertação de Mestrado Profissional em Educação Básica da Universidade Estadual do Norte do Paraná – PPEd/UENP, *campus* Jacarezinho – PR.

A elaboração da dissertação, com o título “A Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar sobre as publicações em periódicos nos últimos cinco anos”, possibilitou descrever o que os artigos no último quinquênio trazem sobre a MM nos Anos Iniciais. Estes artigos retratam pontos interessantes para reflexão, apresentam algumas contribuições positivas para o ensino matemático por meio da MM, assim como relatam alguns desafios na utilização desta Tendência.

Dentre as contribuições positivas aponta-se para o desenvolvimento de habilidades, como a criatividade, a autonomia e a comunicação. As análises revelam que o uso da MM desperta um interesse maior dos alunos, já que contribui na formação de um ambiente problematizador que consegue associar o cotidiano do aluno com a prática da sala de aula. Desta maneira, contribui na busca de novas formas de pensar e assim pode apresentar diferentes modelos matemáticos.

As análises dos artigos também mostram alguns desafios, como: o número reduzido de pesquisas no assunto, a falta de formação dos docentes, a oposição inicial dos alunos frente a uma nova forma de estudo. No estudo de Giongo e Kuhn (2016) é relatada uma resistência inicial dos alunos ao trabalhar com a MM, mostrando também uma insegurança dos professores ao trabalhar com situações mais abertas. Para Piaia e Silva (2019, p. 98), um dos desafios é a atuação e formação do professor, que muitas vezes em sua graduação teve apenas um acesso rápido no curso sobre a Matemática, “[...] e pouco é tratado sobre as tendências metodológicas, como a Modelagem”.

Scheller, Bonotto e Viali (2016) em sua pesquisa analisaram como as práticas dos estudantes com as atividades de MM possibilitam linguagens simbólicas diferentes. Seus estudos apontam que “[...] a falta de capacitação do professor e sua

predisposição em trabalhar com atividades desafiadoras”, revelam uma limitação de abordagens que acaba por prejudicar o desenvolvimento das atividades de MM (SCHELLER, BONOTTO, VIALI, 2016, p. 718).

Com base no desafio apontado em alguns dos artigos sobre a falta de conhecimento do professor, o intuito deste produto educacional é apresentar uma fundamentação teórica sobre a MM, levando o professor dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a compreender melhor essa Tendência Metodológica e possivelmente aplicá-la em suas aulas. Entende-se que a formação do professor é fundamental para o desenvolvimento das atividades com êxito, “[...] a prática com a modelagem matemática, em função de sua dinâmica aberta, demanda uma atitude reflexiva, comprometida e ativa do professor” (MENDONÇA, LOPES, 2017, p. 321).

Assim, a intenção desse material é que sirva como apoio aos professores e possa ser uma fonte de formação inicial para o docente. E com isso o professor terá mais uma possibilidade metodológica para aplicar, que ajudará a motivar os alunos com uma participação mais ativa na construção de seus conhecimentos. O produto foi estruturado pensando nos docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que não possuem formação específica em Matemática, para que assim conheçam um pouco sobre a MM e possam replicá-la em sala de aula.

INTRODUÇÃO

Este guia informativo traz definições sobre MM, com destaque para as definições dos autores Barbosa (2001a, 2001b), Tortola (2012, 2016) e Bassanezi (2004, 2006), uma vez que eles foram os mais citados nos artigos que fazem parte desta pesquisa. Para Barbosa (2001a, 2001b), a MM é um processo que ocorre por meio de etapas e isso pode facilitar para o professor que deseja trabalhar pela primeira vez com esta Tendência. O guia traz o endereço eletrônico dos artigos analisados para que os professores possam consultar e ler esses artigos na íntegra.

O levantamento da pesquisa mostrou que a MM é uma alternativa pedagógica que pode ajudar o professor a motivar seus alunos e tornar suas aulas mais dinâmicas. Ficou evidente que a utilização da MM requer um preparo e planejamento do professor, uma vez que irá lidar com situações que fogem da sua rotina. Neste sentido é importante o docente compreender quais caminhos pode seguir e ter esse conhecimento teórico sobre o assunto.

Esse guia informativo será disponibilizado como apoio para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A forma de divulgação do material será por meio de cópias impressas e *on-line* (PDF) disponibilizadas para a rede de ensino dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que tiverem interesse. O material ficará disponível na forma *on-line* e poderá ser enviado por *e-mail*, ficando disponível na página do Programa de Pós-Graduação de Educação Básica (PPEd/UENP).

O material será uma forma introdutória sobre o tema da MM para o professor que queira trabalhar com essa Tendência e ainda não a conhece. As propostas das atividades desenvolvidas nos artigos fornecem ideias e esclarecimentos para os professores trabalharem e desenvolverem novos trabalhos sobre o tema de MM. Os endereços eletrônicos dos artigos pesquisados seguem de acordo com as categorias de análises estruturadas na dissertação, sendo um complemento de leitura para o professor. Espera-se que a leitura contribua na formação dos docentes, que terão a possibilidade de ler a teoria e prática desenvolvida nas pesquisas. Caso o professor queira ver mais exemplos, poderá ler outros artigos nos periódicos para complementar sua formação.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?

A MM tem várias concepções e olhares diferentes, neste guia iremos citar umas definições, apresentando alguns conceitos, dando prioridade aos autores mais citados nos artigos pesquisados. De forma geral, todas as definições valorizam o contexto social do aluno e partem do levantamento de questões acerca do cotidiano dos estudantes (PARANÁ, 2008).

Para Biembengut e Hein (2005, p. 7), a MM é "[...] arte de expressar por intermédio da linguagem matemática situações-problemas de nosso meio [...]". Para estes autores

> A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p.13).

Desta forma, a MM contribui para despertar o interesse dos alunos por envolver situações de outras áreas que colaboram na elaboração de situações--problemas que ajudam no desenvolvimento do senso crítico. Esses autores consideram que a

> Modelagem Matemática é um processo que envolve a obtenção de um modelo. [...] para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 12).

Neste sentido, esses autores vão definir a modelagem como a "[...] arte de modelar, que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento" (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p.11).

Já na interpretação de Burak (1992), a MM não necessita da construção de um modelo, pode simplesmente ser representada por: fórmulas, lista de preços, equações já conhecidas, diagramas, plantas de casa, dentre outras.

Outra interpretação é do autor Bassanezi (2002), que conceitua a MM como uma metodologia de mudança dos eventos atuais em problemas matemáticos, esta

busca irá trazer uma tomada de decisões estreitando a comunicação dos indivíduos. Desta forma, para Bassanezi (2002, p. 24), a “Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos”.

Segundo Barbosa (2001a), a modelagem parte do pressuposto de fazer com que os alunos entendam a matemática no seu contexto social. Desta forma, o autor se apoia na diversidade dos contextos por meio da modelagem, que possibilitam variados encaminhamentos, sem a definição prévia de procedimentos, pois as análises acontecem conforme os alunos fazem as atividades.

Neste sentido, uma atividade de MM possibilita e desafia a criticidade dos estudantes nas aplicações da matemática. Assim estabelece o interesse nos alunos pensarem como cidadãos diante da sociedade, possibilitando contribuições mais críticas na finalidade dos conteúdos matemáticos. Com isso, qualquer representação matemática pode ser considerada como um modelo matemático, já que podem configurar uma definição matemática (TORTOLA, 2012).

Para Barbosa (2004, 2006), a MM é configurada pelo desenvolvimento de um modelo matemático e as atividades podem seguir três tipos diferentes, que o autor vai chamar de casos, sendo: o caso 1, quando o docente traz a situação-problema produzida e apresenta aos estudantes as informações essenciais para encontrar a resolução; caso 2, o professor traz para a sala um problema de outra área e os alunos são responsáveis pela procura dos conhecimentos; e caso 3, todo desenvolvimento é elaborado pelo aluno, eles vão formular e resolver as situações--problemas.

Segundo Almeida e Brito (2005), Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2012), Tortola (2012), e Tortola e Almeida (2016), a MM é uma alternativa pedagógica, que se utiliza de uma abordagem por meio da matemática de uma situação que não necessariamente tenha a matemática envolvida.

Na visão de Almeida e Brito (2005) e Almeida e Dias (2004), a prática matemática por meio da MM passa a ser compreendida como uma possibilidade pedagógica que associa os acontecimentos atuais com a matemática. Assim, Tortola e Almeida (2016) lembram que estas situações vivenciadas, quando são trabalhadas e interpretadas pela ação da MM, proporciona uma compreensão maior da linguagem matemática para o aluno.

Segundo a visão de Almeida, Silva e Vertuan (2012), as etapas da MM não necessariamente seguem uma ordem e consistem das dificuldades de cada

atividade, sendo elas: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. E nesta concepção os autores consideram três momentos de familiarização com a MM. No primeiro e segundo momento os dados são disponibilizados pelo docente que dá uma contribuição maior para o estudante, já no terceiro momento todo o processamento é feito pelos alunos. Assim, os estudantes desenvolvem uma independência maior (TORTOLA, 2012).

1.2 Por que Utilizar a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais

As pesquisas sobre MM com foco nos Anos Iniciais são recentes, e não se tem muitas publicações de pesquisas nesta fase de ensino. Há mais pesquisas nos Anos Finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e Ensino Superior.

O estudo de Burak (1992) foi uma das primeiras publicações no Brasil sobre MM nos Anos Iniciais, o autor traz experiências realizadas com professores de um curso de especialização. A pesquisa deste autor foi com professores do 2º e 4º ano do Ensino Fundamental, e traz várias experiências dos professores no desenvolvimento das atividades durante o curso. Além das pesquisas de Burak (1992), foram surgindo mais autores que voltaram seus estudos para os Anos Iniciais, como o pesquisador Caldeira (2007), que fez sua pesquisa com estudantes do 3º e 4º ano, fazendo a construção de uma horta e compartilhando assim sua experiência. No trabalho de Caldeira (2007), as atividades apontaram para o reconhecimento de saberes por meio da linguagem matemática específica do estudante, destacando um ponto importante no processo de MM.

Um dos pontos destacados nos estudos de Burak (1994) cita que a MM nos Anos Iniciais contribui para formar conceitos e ideias matemáticas junto com os alunos. A MM pode ampliar as competências matemáticas, facilitando a resolução de problemas à medida que desenvolve atividades ligadas a situações reais (BURAK, 1994; ZANELLA; KATO, 2018).

Para Luna, Souza e Santiago (2009), a matemática dentro da fase dos Anos Iniciais necessita da valorização de metodologias que partem da problematização, possibilitando ao estudante criar conexões do conceito escolar com a realidade do aluno, de forma a proporcionar um apoio para o crescimento amplo do sujeito. As suas pesquisas demonstram uma criticidade na criação dos modelos matemáticos quando os alunos resolvem uma atividade utilizando a MM.

Desta maneira, a MM vai tomando espaço dentro da fase de ensino dos Anos Iniciais “[...] e promove a ruptura com um ensino descontextualizado, ou seja, distante da realidade das crianças” (JOCOSKI, 2020, p. 21). Nesta fase de ensino é muito importante a preocupação com a formação de conceitos pelos estudantes, neste ponto a Tendência da MM pode auxiliar o estudante a desenvolver as habilidades matemáticas, deixando-os eficientes na resolução de problemas, favorecendo com o desenvolvimento da criticidade (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009).

Segundo Tortola (2012) e Tortola e Almeida (2016), a MM é compreendida como uma alternativa pedagógica que considera as práticas de ensino e aprendizagem matemática e propicia à criança um envolvimento dinâmico durante a evolução de aprendizagem. Os autores reforçam que trabalhar exercícios de MM desde a primeira infância pode contribuir com a extensão de habilidades nos alunos como: autonomia, maturidade e criatividade.

Para Scheller *et al.* (2017), o ensino por meio da MM nos Anos Iniciais incentiva os estudantes a construírem inferências em cima de modelos matemáticos, ultrapassando as capacidades matemáticas requeridas nessa etapa de ensino. Biembengut (2007) destaca em sua pesquisa que as atividades nos Anos Iniciais possibilitaram o desdobramento de conteúdos matemáticos, facilitando a interpretação matemática dos alunos. Esse desenvolvimento também foi observado no estudo de English e Watters (2005), os quais mostraram resultados matemáticos.

Desta forma, a MM promove uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos, por desenvolver situações de investigação, que proporciona a criatividade (TRIGUERO, 2020). Essa criatividade no processo da MM é lembrada por diversos autores (TORTOLA; ALMEIDA, 2016; SCHELLER; BONOTTO; VIALI, 2016; SOUZA; ROZA, 2016; PALMA, 2017; GOMES, 2017; MARTIN, 2017; TEODORO; KATO, 2018; MENDONÇA; LOPES, 2017; MARTON, 2020; DUARTE, 2020) e para os Anos Iniciais isso contribui bastante para os alunos. E as atitudes criativas sempre são exigidas no decorrer da vida do indivíduo, e na Educação é uma habilidade que necessita ser trabalhada, de maneira que contribua com o desdobramento de novas ideias (PEREIRA, 2008).

Silva e Klüber (2012) destacam que o uso da MM nos Anos Iniciais proporciona um ensino problematizador, o que possibilita ao professor mais discussão, investigação e opera de maneira interdisciplinar com os estudantes. Para

Miguel (2007, p. 415), o ensino deve procurar “[...] na contextualização, na historicização do pensamento matemático, na comunicação e na interdisciplinaridade [...]”, através de uma educação que proporcione o conhecimento matemático para os estudantes, circundando as demais áreas de conhecimento.

Para Tortola (2016), o entendimento matemático precisa levar em conta as peculiaridades de cada fase de ensino. E no caso dos Anos Iniciais a preocupação maior com a ludicidade deve ser prioridade, pois isso favorece a aprendizagem, a simbologia matemática vai ter qualidades determinadas nas exemplificações dos modelos dos estudantes, de acordo com o vocabulário de cada fase de ensino, levando em consideração os distintos fatos e situações de uso (TORTOLA, ALMEIDA, 2018). Devido à forma dinâmica e interdisciplinar da MM, o estudante terá um ensino mais atrativo e concreto, isso vai enriquecer as trocas de ideias. Os estudantes permanecem mais engajados para estudar a matemática, e isso contribui para auxiliar a criticidade. A MM torna os estudantes protagonistas e estimula o pensamento, proporciona motivação, possibilitando alcançar os resultados (PIAIA; SILVA, 2019).

Segundo Tortola e Almeida (2016), mesmo os estudantes dos Anos Iniciais conhecendo pouco da matemática, eles trazem consigo informações matemáticas e através da pesquisa conseguiram aprofundar essas informações. O autor English (2007) faz um resumo para defender e justificar a importância da MM no processo de ensino matemático, e assim define os seguintes argumentos:

1) Proporciona a criatividade e incrementa atitudes de resolução de problemas;
2) Forma, fortalece e considera um potencial crítico para a utilização da matemática em situações fora do contexto matemático;
3) Planeja os alunos para realizar aplicações e modelagem, seja na atualidade ou futuramente;
4) Determina uma imagem de matemática equilibrada e representativa, em vinculação às suas qualidades e função no mundo;
5) Pondera a aquisição e percepção de conceitos, noções e procedimentos matemáticos.

Com uso da MM nas fases iniciais do Ensino Fundamental, aumenta-se as possibilidades de abordagens e possibilita grandes resultados. Segundo Biembengut e Hein (2011), a modelagem matemática se define com uma arte, que ajuda na

formulação, resolução e elaboração de expressões de uma solução particular que utiliza como suporte outras aplicações e teorias.

Desta maneira, a MM vai ajudar a despertar o interesse dos alunos ajudando na elaboração de situações-problemas que despertam o senso crítico. E neste processo tem-se a confecção de um modelo matemático, que vai expressar por meio da matemática algo real de forma concreta, podendo ser: “[...] expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 12).

A MM vista como uma alternativa pedagógica para as ações docentes, propicia ao aluno uma atuação ativa no seu conjunto de aprendizagens, por ser uma forma dinâmica, problematizadora e investigativa, conforme é destacado por Tortola (2012).

1.3 Como Utilizar a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais

Para Barbosa (2004, 2006), a MM é representada pelo sistema de produção de um modelo matemático e as tarefas podem seguir três tipos distintos. O ambiente de aprendizagem pode configurar-se por meio de situações de outras áreas, correspondem a possibilidades sem ter limites claros, uma vez que parte dos próprios alunos.

O autor defende a utilização da MM pelo processo de etapas, nas quais ele chama de casos. No caso 1, o professor traz a situação-problema pronta e fornece aos alunos os dados necessários para encontrar a solução. Trata-se de uma problematização já elaborada, por meio de informações, seja qualitativa ou quantitativa, o estudante vai desenvolver a investigação da situação-problema.

No caso 2, o professor apresenta um problema de uma área diversa e os estudantes são responsáveis pela busca de informações, a coleta de dados não está pronta, é feita durante o processo de investigação. E por fim, no caso 3, todo processo é elaborado pelos alunos, que formulam e resolvem as situações problemáticas. Portanto, neste último caso, os alunos definem um tema gerador, coletam as informações, formulam e resolvem os problemas.

Na Figura 1 a seguir, Barbosa (2004) representa a responsabilidade do professor e do aluno durante os três (3) casos citados anteriormente. A MM permite

uma flexibilidade nos diversos contextos escolares, garantindo uma perspectiva crítica durante seu processo.

Figura 1 – Os casos de Modelagem Matemática

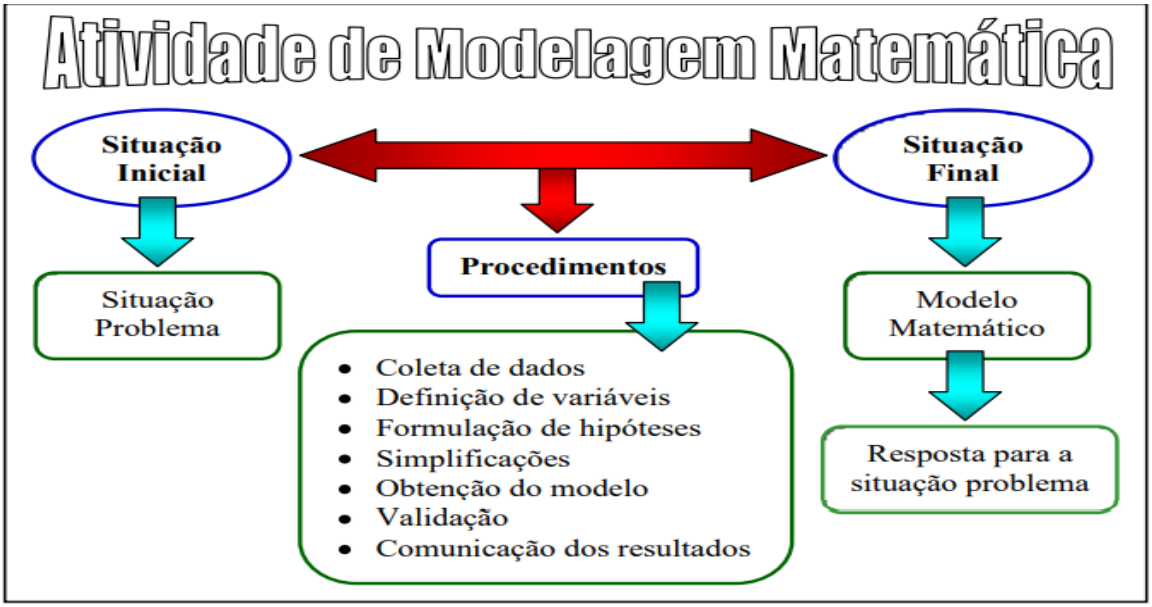
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004, p. 7)

Esta forma de apresentar MM aos alunos também é expressa por Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Tortola (2012), os quais chamam as etapas de momentos. No primeiro momento o professor fornece todos os dados para os alunos, no segundo momento é fornecida parte das informações e o estudante precisa buscar os conhecimentos, e por último todo processo é feito pelo aluno, o professor apenas auxilia o processo.

A Figura a seguir demonstra a organização de uma atividade de MM, os procedimentos são organizados em quatro (4) fases, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Figura 2 – Diagrama de uma atividade de Modelagem Matemática



Fonte: Tortola (2012, p. 27)

O processo de MM nesta visão segue com quatro (4) fases: inteiração (reconhecimento da situação-problema e familiarização); matematização (formulação do problema, hipóteses e resolução do problema); resolução (tentativas de chegar a uma solução); e a interpretação dos resultados e validação (chegando ao modelo matemático, ocorre a interpretação da solução e validação do modelo e avaliação).

Seguindo o diagrama apresentado na Figura 1, a primeira fase é a inteiração, fase em que os alunos buscam a situação-problema e se familiarizam com o tema que será investigado. Em seguida, a matematização, processo em que acontece a transição da linguagem natural para a matemática com a formulação de hipóteses, simplificações e representações matemáticas. Na sequência vem a resolução, na qual será produzido o modelo, com isso a última etapa da interpretação dos resultados e validação, ocorrendo uma análise dos resultados que irá validar ou não o modelo matemático escolhido, e caso haja necessidade deve-se retomar o processo no início da matematização (TORTOLA, 2012).

Machado (2010) apresenta a MM a um grupo de docentes dos Anos Iniciais em uma formação continuada, cujo objetivo é identificar as percepções da modelagem destes educadores. A autora utiliza a proposta de MM por meio das etapas de Barbosa (2001b), e dentre os resultados constatou-se que várias educadoras faziam uso de práticas diferenciadas, sendo observado posturas construtivistas e outras reprodutivistas. As análises apontam que a MM causou

dificuldade e insegurança aos professores no primeiro momento, sendo propostos para superação dessas dificuldades cursos de formação continuada (MACHADO, 2010). No entanto, as análises também revelam que algumas professoras sentiram desejo de prosseguir usando a MM, a autora destaca que a proposta da MM nos Anos Iniciais pode preencher lacunas de estudos, uma vez que contribui com a formação do pensamento dos alunos (MACHADO, 2010).

Na investigação de Machado (2010) é proposta uma sequência didática aos professores, nesta sequência propõe-se o uso da MM na perspectiva de Barbosa (2001a), em que no primeiro momento apresenta-se um modelo para orientar os estudantes fornecendo as informações, depois fornece-se nova problematização e deixa os alunos buscarem as informações para resolução. E por fim, no último momento, a problemática parte dos alunos, assim como todo processo de resolução ocorre por meio da pesquisa dos próprios estudantes.

Na dissertação de Kaviatkovski (2012) também se aborda o contexto da formação continuada, e os resultados da pesquisa indicam contribuições no processo de ensino matemático, sendo que os docentes retrataram diversas perspectivas em relação ao uso da MM. Como perspectivas apresentam a preocupação excessiva com a confecção de um modelo e a utilização como metodologia de ensino que facilita o desenvolvimento do processo de ensino, dentre outras (KAVIATKOVSKI, 2012). A autora propõe a utilização das etapas de Burak (1992): escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução e desenvolvimento dos problemas; e análise crítica das soluções.

Nas investigações de Machado (2012) e Kaviatkovski (2012), as autoras partem de propostas diferentes para trabalhar com a MM, entretanto ambas são propostas apresentadas em formações continuadas, que indicam caminhos no intuito de fortalecer e melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

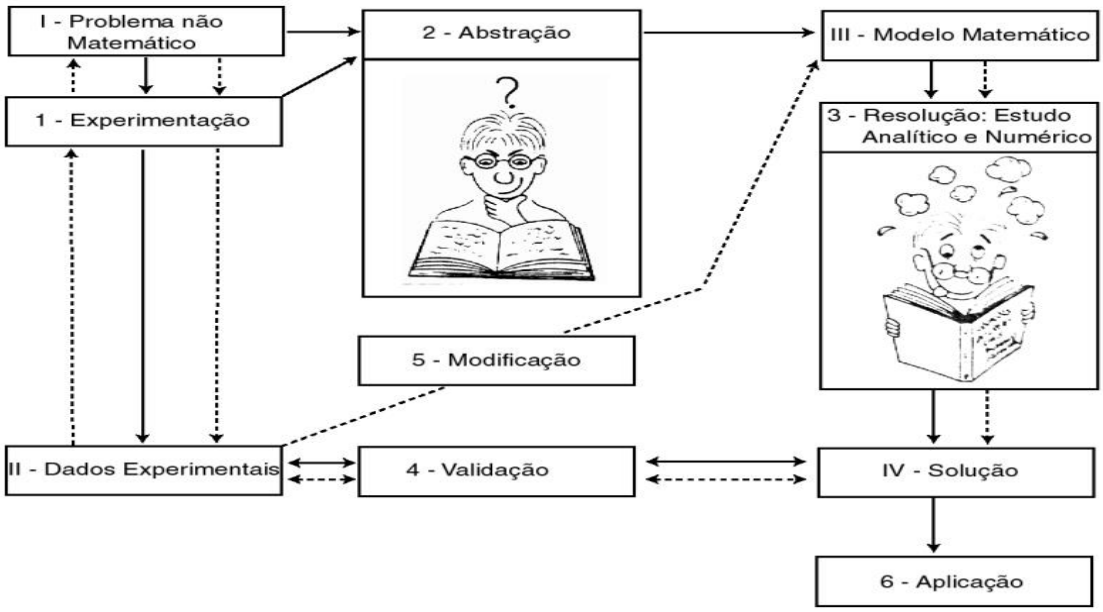
Neste sentido, Barbosa (2001a) vai colocar que as atividades de MM favorecem a indagação e questionamento por meio das situações reais e isso facilita o processo de ensino e aprendizagem. Para Barbosa (2004), a MM está associada a problematização, investigação e algumas condições são colocadas como essenciais pelo autor. A questão do ato de criar perguntas, a busca e seleção de informações e a reflexão sobre elas. Essas questões que vão levar à reflexão e atingir o conhecimento. Na MM os alunos são chamados a usarem suas ideias, conceitos matemáticos para aplicá-los. Desta maneira, novas ideias surgem e os alunos

conseguem relacionar a teoria com sua realidade diária (BARBOSA, 2004).

Para Burak (1992), a MM possibilita um ensino e aprendizagem mais significativa, uma vez que possibilita uma articulação entre as situações da realidade dos alunos. Para o autor, o processo ocorre considerando cinco etapas. Primeiro é com a escolha do tema, identificando o assunto que será problematizado, em seguida vem a pesquisa exploratória, que possibilita a junção dos dados e informações. Neste ponto tem-se o levantamento do problema, identificando as limitações da problemática para focar na resolução e análise das soluções. A MM possibilita a criação da autonomia no estudante, uma vez que proporciona mais criticidade e independência ao aluno. Pode-se observar que o processo vai garantir ao aluno analisar, formular hipóteses, perguntar e tomar decisões durante a proposta de atividades.

Já na definição de Bassanezi (2004), o processo da MM pode ser aplicado seguindo as etapas: 1) Experimentação; 2) Abstração; 3) Resolução; 4) Validação; 5) Modificação, conforme expressa a Figura abaixo:

Figura 3 – Esquema de uma modelagem



Fonte: Bassanezi (2002, p. 27)

A figura apresentada anteriormente mostra o percurso de desenvolvimento das atividades na visão de Bassanezi (2002, p. 27), “[...] as setas contínuas indicam a primeira aproximação”, a procura do modelo matemático para descrever o

problema que será estudado e que “[...] torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas”.

– A primeira etapa é a experimentação, ou seja, a obtenção de dados, as técnicas que serão adotadas, quais os parâmetros para buscar as informações envolvidos nos modelos matemáticos.

– A segunda etapa é a abstração, “[...] procedimento que deve levar a formulação dos Modelos Matemáticos”, aqui vai ocorrer: a seleção das variáveis (estabelecendo os conceitos que serão definidos); a problematização (a formulação do problema em forma de enunciado, constitui-se a pergunta em relação ao que se procura responder); a formulação de hipóteses (deduzir as possíveis ocorrências que irão surgir, quais conceitos serão necessários, a observação, a comparação dos estudos, a dedução lógica etc.); a simplificação (separa-se e direciona o foco do estudo, separando as informações básicas necessárias para resolução) (BASSANEZI, 2002, p. 29).

– Na terceira etapa acontece a resolução, aqui o modelo matemático vai substituir a linguagem natural pela linguagem matemática. Na resolução utiliza-se os modelos viabilizados e desenvolve-se as técnicas necessárias.

– Na quarta etapa ocorre a validação, em que se utiliza as hipóteses para validar os modelos, tem-se a interpretação dos resultados obtidos, testa-se os resultados, avalia-se os modelos e necessidade de aprimorá-los.

– Na quinta etapa acontece a modificação, os modelos podem não corresponder à necessidade de resolução do problema, desta forma, será preciso rever todo processo anterior. Nesta fase tem-se a rejeição ou aceitação dos modelos, deve-se atentar para falsos pressupostos, para as informações geradas, as hipóteses testadas, enfim, analisa-se todo desenvolvimento matemático formal e finaliza-se com a aplicação.

Para Bassanezi (2002, p. 31),

> A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. [...] Um modelo parcial pode atender às necessidades imediatas de um pesquisador, mesmo que não comporte todas as variáveis que influenciam na dinâmica do fenômeno estudado.

Desta maneira, Bassanezi (2002, p. 32) estrutura as formas de como o

professor deve compreender o processo de desenvolvimento da MM por meio dos cinco passos sugeridos, os quais vão contribuir com o aluno “[...] na atitude de se pensar e fazer matemática”. Este pensar matemático proporciona uma construção de conhecimento que supera desafios reais da sociedade de forma prática e concreta para o estudante, contribuindo com sua criticidade e diversas habilidades.

Segundo Gomes (2018, p. 18), o grande desafio de ser professor atualmente é justamente “[...] oportunizar ao aluno a compreensão de seu papel na sociedade, ou seja, destacar tanto papel ativo e transformador de sua realidade, como destacar a importância da matemática no seu dia a dia”. Desta forma há a necessidade de utilizar novas formas de ensinar, novas experiências aos estudantes, e a MM surge como uma experiência que apresenta possibilidades e desafios ao processo de ensino e aprendizagem que tende a auxiliar a Educação (GOMES, 2018).

Para Luna, Souza e Santiago (2009, p. 140), em um ambiente de ensino com a MM há mobilização dos conhecimentos através dos debates, e isso amplia “[...] os vocabulários matemáticos, os pensamentos e as ações matemáticas das crianças”. As autoras ressaltam que a criticidade dos alunos melhora, à medida que os alunos desenvolvem as atividades e reconhecem a presença da matemática na sociedade. Assim os estudantes começam a desenvolver argumentos concretos sobre a matemática.

2 ALGUNS RESULTADOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Diante das análises dos artigos dessa pesquisa foi possível identificar os sentidos que a MM vem sendo abordada nas publicações de periódicos no último quinquênio. Dessas análises emergiram três (3) categorias: 1) (A) contribuições da MM para a aprendizagem; (B) contribuições da MM na formação do professor e da prática pedagógica; e (C) o uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM. A seguir serão expostas as análises dessas categorias, conforme a percepção da pesquisadora.

Ao definir essas categorias pode-se observar que a MM oportuniza uma forma de aprendizagem positiva, o que facilita a aquisição do conhecimento e assim tem--se o desenvolvimento de habilidades, como criticidade, criatividade, autonomia, dentre outras. Essa definição das categorias foi com base no conhecimento desta pesquisadora e a partir das análises dos artigos publicados no extrato A do Qualis provisório da Capes. Compreende-se que se a pesquisa fosse constituída de um *corpus* que abarcasse as publicações do extrato B desse Qualis e/ou dissertações e teses, o resultado dessa investigação poderia ser diferente destes. E se fosse dilatado o intervalo de cinco anos, os resultados dessa pesquisa poderiam ser alterados.

Na categoria (A) contribuições da MM para a aprendizagem, evidencia-se a construção de um ambiente mais favorável aos estudos, desenvolvendo habilidades como a criatividade, a autonomia e a regulação discursiva. Na categoria (B) contribuições da MM na formação do professor e da prática pedagógica, ressaltam a importância da formação continuada para o professor, sendo uma oportunidade para inserir novas metodologias, fortalecendo o trabalho docente e potencializando o vínculo educacional do ensino e aprendizagem. E na categoria (C) o uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM, percebe-se que o uso de distintas representações proporciona novas formas de pensar e apresentar modelos.

2.1 (A) Contribuições da Modelagem Matemática para a Aprendizagem

Nesta categoria (A) contribuições da MM para a aprendizagem, evidencia-se a construção de um ambiente mais favorável aos estudos, desenvolvendo

habilidades como a criatividade, a autonomia e a regulação discursiva. Os artigos apresentam como a MM se mostra um ambiente favorável para aprendizagem. Esta categoria conta com dois artigos e recomenda-se a leitura do artigo para melhor compreender as aplicações desses autores.

O Quadro 1 a seguir mostra as referências dos artigos analisados da categoria (A), juntamente com o endereço eletrônico para aprofundar a leitura e acessar o conteúdo dos artigos na íntegra. Os artigos estão organizados em ordem cronológica de publicação.

Quadro 1 – Relação das referências dos artigos analisados da categoria (A)

Categoria de análise	**Referências dos artigos**
(A) Contribuições da MM para aprendizagem	GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, M. de L. A Aprendizagem dos Números Racionais com Compreensão Envolvendo um Processo de Modelação Emergente. **Bolema**, [*s. l.*], v. 31, n. 57, p. 181-201. Abr. 2017. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a09. Acesso em: 13 jan. 2021.
	TEODORO, F. P.; KATO, L. A. Um olhar para a regulação discursiva em uma prática de modelagem matemática nos anos iniciais. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v. 7, n. 13, p. 199-225, jan./jun. 2018. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/archive. Acesso em: 23 dez. 2020.

Fonte: a própria autora

No artigo de Guerreiro e Serrazina (2017), o objetivo foi compreender como é possível formar uma aprendizagem com assimilação dos números racionais. A partir disso as autoras argumentam como se entende o papel dos conceitos, à medida que são alterados em modelos contextualizados e separam para evolução de modelos de raciocínio. A pesquisa mostra que o processo é possível devido às variações de representações e flexibilidades no decorrer do aprendizado. As autoras alertam para as representações que muitas vezes são condicionadas a modelos prontos e mecanizados, nos quais os estudantes não fazem associação com novos conhecimentos. O modelo deve ser exposto nesse caso, como uma obra gradativa "[...] que resulta da atividade do aluno sobre a representação, apoiando a construção de relações e constituindo a base do seu raciocínio matemático" (GUERREIRO, SERRAZINA, 2017). Desta forma, observa-se que isso poderá possibilitar futuras associações com outras situações-problemas enfrentadas pelo estudante.

Diante do exposto, pode-se evidenciar a intensificação da relação pedagógica

entre docente e estudante. Assim ocorrem contribuições para a aprendizagem matemática, na medida em que a MM intensifica o relacionamento pedagógico do professor e aluno. Observa-se que há uma valorização das possibilidades de discussões e interatividades no ambiente escolar quando se trabalha com a MM. Isso possibilita o desenvolvimento da criatividade e enriquece as interações discursivas.

Segundo Teodoro e Kato (2018), as ações discursivas dos alunos geram autonomia em suas aprendizagens e na vida prática. Desta forma, direciona os debates demonstrando que a regulação discursiva nas práticas de MM contribui para aprendizagem nos Anos Iniciais. Essa regulação é entendida como uma normatização dos procedimentos durante uma atividade, e neste caso fortalece o discurso pedagógico que conduz as atividades. As autoras alertam que o docente precisa adequar essa interação corretamente, para que não se torne inapropriada, "[...] quando atua controlando as ações dos alunos, impossibilitando que sejam autônomos em suas aprendizagens, ou como necessária, do ponto de vista do professor" (TEODORO; KATO, 2018, p. 223). Com base nisso pode-se estabelecer que as ações discursivas devem caminhar para o desenvolvimento da autonomia, possibilitando que os alunos sejam autônomos em seus estudos e desta maneira contribuindo com a aprendizagem.

2.2 (B) Contribuições da Modelagem Matemática na Formação do Professor e da Prática Pedagógica

Nesta categoria os artigos trazem contribuições e reflexões críticas referentes à formação do professor e à prática pedagógica acerca do ambiente de ensino com a utilização da MM. Na formação docente evidencia a contribuição em relação à formação continuada e à utilização da MM como um procedimento de ensino e aprendizagem. E quanto à prática, os artigos trazem considerações de pontos relevantes, no sentido de olhar para a prática pedagógica como fonte de análise para promover o repensar pedagógico, no sentido de potencializar o vínculo educacional do ensino e aprendizagem por meio do recurso da MM.

O Quadro 2 a seguir mostra as referências dos artigos analisados da categoria (B), juntamente com o endereço eletrônico para aprofundar a leitura e

acessar o conteúdo dos artigos na íntegra. Os artigos estão organizados em ordem cronológica de publicação.

Quadro 2 – Relação das referências dos artigos analisados da categoria (B)

Categoria de análise	Referências dos artigos
(B) Contribuições da MM na formação do professor e da prática do professor	GIONGO, I. M.; KUHN, M. S. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta para o 5º ano. **Amazônia**: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, [*s. l.*], v. 13, n. 25, p. 5-20, jul./dez. 2016. Disponível em: https://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/2411. Acesso em: 20 nov. 2020.
	SOUZA, D. C. de; DA ROSA, C. C. Modelagem matemática: uma possibilidade para o ensino de matemática nos anos iniciais. **Perspectivas da Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 9, n. 21, 28 dez. 2016. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2232. Acesso em: 23 dez. 2020.
	MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 2, p. 305-323, maio/ago. 2017. DOI: 10.20396/zet.v25i2.8648493. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648493. Acesso em: 13 jan. 2021.
	PIAIA, F.; SILVA, V. da S. O Ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: sobre o uso da Modelagem Matemática. **Revista de Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 16, n. 21, p. 88-100, jan./abr. 2019. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/210. Acesso em: 23 dez. 2020.

Fonte: a própria autora

Dentre os artigos desta categoria, apenas Giongo e Kuhn (2016) direcionam para formação docente e os demais autores concentram-se mais na prática do professor. Já Souza e Rosa (2016) trazem como objetivo evidenciar que, mesmo sem a formação específica em matemática, o professor pode atualizar seus conhecimentos por meio dos estudos dos conteúdos matemáticos, e assim colaborar com o aprofundamento dos saberes matemáticos no processo de aprendizagem junto dos estudantes.

Souza e Rosa (2016) salientam que se o professor se aprofundar por meio de estudos, terá a oportunidade de refletir sua ação docente e criar contextos mais ativos, que favorecem a aprendizagem de seus alunos. Segundo as autoras, os professores devem aprofundar seus saberes em relação ao currículo matemático e desta forma vai “[...] trabalhar em sala de aula com desenvoltura e segurança,

proporcionando a seus alunos a possibilidade de participação ativa na própria aprendizagem” (SOUZA; ROSA, 2016, p. 962). No artigo fica claro que a maneira do professor trabalhar “[...] no processo de ensino e aprendizagem da matemática pode influenciar seu futuro matemático” (SOUZA; ROSA, 2016, p. 973).

Para as autoras, o professor precisa dominar os conhecimentos matemáticos, e a melhor forma é a formação continuada para aprofundar esses conhecimentos, uma vez que os professores dos Anos Iniciais em sua maioria não possuem formação específica em matemática. Nesse artigo pode-se observar que a MM pode ser uma rica oportunidade metodológica ao professor para melhorar sua atuação profissional, uma vez que proporciona reflexões e autoavaliação durante o processo, sendo um instrumento diversificado de ensino e aprendizagem que tende a fortalecer o trabalho docente.

Neste contexto pode-se observar que a MM fornece possibilidades ao professor para problematizar o ambiente escolar, proporcionando reflexão e momentos de reavaliar sua própria prática docente, na medida em que oportuniza um ensino que não parte de modelos prontos, mas que estabelece suas próprias demonstrações e compreende as relações das expressões e cálculos. Desta maneira, Giongo e Kuhn (2016), Piaia e Silva (2019), e Mendonça e Lopes (2017), trazem reflexões em relação à prática do professor na sala de aula, oportunizando um repensar das ações pedagógicas com base em um ensino mais dinâmico.

Na pesquisa de Giongo e Kuhn (2016) são avaliados os benefícios da ação pedagógica, que auxilia a promover uma reflexão crítica frente a questões sociais, e relatam que a MM, uma vez que está vinculada a outras áreas de conhecimentos, proporciona um ambiente propício, que desperta o interesse dos estudantes e resulta em diferentes formas do pensamento matemático.

Segundo as autoras, o uso de variadas formas de representação ajuda a gerar distintas reflexões nos alunos durante as resoluções das questões sociais, as quais são os próprios estudantes que levantam no decorrer das atividades. Desta maneira, observa-se que as atividades potencializam os debates e as tomadas de decisões.

Neste contexto, Barbosa (2004) vai apontar que a MM é a possibilidade de desenvolver atividades que forneçam caminhos aos estudantes no entendimento de como a matemática é aplicada nas intervenções sociais. Para Giongo e Kuhn (2016), fica clara essa intervenção e reflexão acerca das questões sociais, quando

se problematiza situações do cotidiano, “[...] levando o aluno a refletir sobre suas próprias condutas, tornando-o mais crítico em relação a questões sociais” (GIONGO; KUHN, 2016, p. 18).

Desta forma, observa-se no artigo que ao enfatizar questões sociais e a atuação do estudante na sociedade, promove-se uma reflexão crítica que auxilia o desenvolvimento da prática pedagógica, fazendo com que o aluno compreenda a representação da matemática nas discussões sociais. Essa reflexão é uma das características proporcionadas pela MM durante o seu processo de desenvolvimento e que vai contribuir com uma prática pedagógica mais direcionada junto aos estudantes.

Segundo Piaia e Silva (2019, p. 89-90), a conscientização vai tomando forma à medida que “[...] as crianças percebem o quão importante a Matemática é para nossa vida, pois nas aulas são convidadas a investigar e pesquisar um tema que seja de seu interesse”. Para os autores, a MM, por ser uma metodologia que os estudantes são protagonistas, contribui para que os alunos se tornem “[...] críticos e criativos na resolução de problemas cotidianos e reais, pois são instigados a pensar, investigar e não estimulados a reproduzir respostas” (PIAIA; SILVA, 2019, p. 92).

Com isso, pode-se observar que para esses autores a MM oportuniza um ensino que valoriza a ação dos alunos, e com isso eles se sentem mais motivados durante a prática pedagógica. Nesse contexto, compreende-se que a MM, enquanto metodologia de ensino, possibilita uma participação mais ativa dos alunos, o que facilita a construção do conhecimento de maneira crítica e contextualizada, pois promove ações ligadas diretamente com o cotidiano do estudante.

Para Mendonça e Lopes (2017), o objetivo foi ampliar a compreensão do trabalho docente em ambientes de ensino e aprendizagem na perspectiva da MM, e fazer uma discussão sobre os distintos tipos de intervenções durante as atividades. As autoras comentam que o docente pode apresentar insegurança no início com as questões dos alunos, porém são justamente esses ambientes de questionamentos que vão levar o aluno à reflexão e, consequentemente, às aprendizagens. Os resultados desse artigo apontam que “[...] a prática pedagógica com a modelagem matemática, [...] demanda uma atitude reflexiva, comprometida e ativa e reflexiva do professor” (MENDONÇA; LOPES, 2017, p. 321).

Desta forma, observa-se que as manifestações dos estudantes identificam progressivamente a compreensão dos conceitos matemáticos e que todos os artigos

desta categoria indicam que o uso da MM, mesmo que diante de alguns desafios, permite a construção de um ambiente de aprendizagem que auxilia a prática pedagógica de maneira reflexiva. Essa reflexão crítica vai proporcionar uma qualidade no ensino e aprendizagem, à medida que constrói uma competência investigativa no ambiente escolar, o qual será capaz de aumentar o conjunto de estratégias de mediação do professor, para colaborar cada vez mais com o conhecimento dos alunos.

2.3 (C) O Uso da Linguagem Simbólica, Modelos e Conceitos Matemáticos na Construção da Modelagem Matemática

Esta categoria agrupa os artigos que discutem a dinâmica das representações matemáticas, seja o uso da linguagem simbólica, os modelos e conceitos matemáticos presentes na construção das atividades de MM. Observando os artigos, percebe-se que o uso de representações dentro do processo da MM pode variar bastante, depende do contexto e da criatividade do aluno, de como os estudantes vão generalizar as ideias e fazer o uso das representações. As distintas formas de representações motivam os alunos a buscarem novas formas de pensar e apresentarem seus modelos matemáticos.

O Quadro 3 a seguir mostra as referências dos artigos analisados da categoria (C), juntamente com o endereço eletrônico para aprofundar a leitura e acessar o conteúdo dos artigos na íntegra. Os artigos estão organizados em ordem cronológica de publicação.

Quadro 3 – Relação das referências dos artigos analisados da categoria (C)

Categoria de análise	**Referências dos artigos**
(C) O uso da linguagem simbólica, modelos e conceitos matemáticos na construção da MM	TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. W. de. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, América do Norte, jul. 2016. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1227. Acesso em: 12 jan. 2021.

	SCHELLER, M.; BONOTTO, D. de L.; VIALI, L. Desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais por meio da modelagem matemática na educação: possibilidade de utilização de linguagem simbólica. **Perspectivas da Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 9, n. 21, dez. 2016. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2205. Acesso em: 10 jan. 2021.
	TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. de. A formação matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 11, n. 25, jun. 2018. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3339. Acesso em: 10 jan. 2021.
	ZANELLA, M. S.; KATO, L. A. Um episódio com situações multiplicativas de isomorfismo de medidas em tarefas de modelagem matemática: um estudo com alunos alemães do ensino fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v. 7, n. 14, p. 208-235, jul./nov. 2018. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/archive. Acesso em: 23 dez. 2020.

Fonte: a própria autora

Para Tortola e Almeida (2016, 2018), os modelos matemáticos construídos possibilitaram discussões dos conceitos, propiciando o desvinculamento das situações práticas para uma normativa, com o uso correto dos princípios matemáticos. Os autores reforçam que as atividades de MM têm potencialidade de contribuir com a matemática dos estudantes, uma vez que as atividades possibilitam aos alunos o uso de linguagens que ampliam seus conceitos matemáticos. Por esta razão os autores fortalecem a inserção de tarefas de MM desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Esses autores citam que “[...] o uso da linguagem matemática se deu por meio de várias representações: tabelas, listas, figuras, expressões numéricas e operações, textos escritos, gestos etc.” (TORTOLA, ALMEIDA, 2016, p. 103). Revelando assim “[...] pelo menos dois tipos de linguagem: a do fenômeno sob a investigação e a matemática”, nas atividades propostas os estudantes estabeleceram características de linguagens algébricas, que submergiram da linguagem natural (TORTOLA, ALMEIDA, 2016, p. 101).

Esses autores também ressaltam que a representação pode ser uma linguagem escrita ou mesmo oral, cuja prática vai possibilitar ao estudante elaborar seus modelos por diferentes tipos de linguagem. Desta maneira, observa-se

claramente nos artigos que as atividades de MM propiciam uma formação matemática aos estudantes com variados jogos de linguagem, oportunizado pelos diferentes cenários e práticas durante seu processo de desenvolvimento das atividades. Nesses artigos, pode-se verificar que a percepção dos alunos, ao lidarem com as formulações e validações dos modelos matemáticos, fortaleceu o uso de linguagens e modelos matemáticos de forma mais sucinta e compreensiva para os estudantes.

Na pesquisa de Scheller, Bonotto e Viali (2016), o objetivo foi investigar as ações a fim de verificar que a MM incentiva o aproveitamento da linguagem simbólica pelos alunos. O artigo apresenta como resultado que os problemas resolvidos pelos estudantes dos Anos Iniciais possibilitaram a integração de fundamentos aritméticos e algébricos além do esperado para a faixa etária. Isso fica evidente quando cita que os estudantes, ao elaborar “[...] modelos são capazes de desenvolver sistemas significativos para resolver situações-problemas de seu contexto”, gerando assim representações matemáticas que promovem “[...] o desenvolvimento da linguagem e do pensamento” (SCHELLER, BONOTTO, VIALI, 2016, p. 706).

Já Zanella e Kato (2018) discutem essas representações por meio de uma investigação dos teoremas de ação, que são estimulados durante o processo de atividades multiplicativas de isomorfismo utilizando a MM como instrumento metodológico. Destaca-se que “[...] a abordagem de uma situação multiplicativa por meio da Modelagem Matemática proporcionou aos estudantes mobilizar diferentes ideias associadas à multiplicação” (ZANELLA, KATO, 2018, p. 232). Dessa maneira, pode-se observar que as proposições de condutas dos estudantes propiciaram que as relações dos conceitos matemáticos utilizassem outras linguagens e representações que ampliaram os conceitos de multiplicação.

3 EXEMPLOS DE POSSÍVEIS INTERVENÇÕES COM USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

A proposta desse guia é trazer uma fundamentação teórica sobre MM e por meio da leitura complementar dos artigos e de alguns exemplos hipotéticos, possibilitar uma compreensão sobre algumas possibilidades de intervenções em um processo de desenvolvimento utilizando a Tendência Metodológica da MM.

Partindo dos pressupostos de Barbosa (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Tortola (2012), a MM pode ser trabalhada por meio de propostas que o professor inicialmente propõe ao estudante em forma de etapas, definidas pelos autores como casos e momentos, respectivamente. Seguindo essa lógica, os estudantes conseguem compreender como devem pesquisar, e vão avançando as etapas da modelagem conforme o processo de estudo acontece. E ao final consegue-se desenvolver um estudo mais elaborado por meio da MM, possibilitando que os alunos elaborem a problemática, interpretem seu contexto, busquem as soluções e validem seus modelos.

Considerando as ideias desses autores e seguindo as fases descritas por Tortola (2012), serão propostas algumas possibilidades de intervenções em atividades, dividindo-as em três (3) diferentes momentos. Esses momentos são gradativos, sendo a possibilidade de os alunos desenvolverem “habilidades de fazer modelagem” (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p. 29).

– Primeiro momento: Quando o docente traz a situação-problema produzida e apresenta aos estudantes as informações essenciais para encontrar a resolução;

– Segundo momento: O professor traz para a sala um problema de outra área e os alunos são responsáveis pela procura dos conhecimentos;

– Terceiro momento: Todo desenvolvimento é elaborado pelo aluno, eles vão formular e resolver as situações-problemas.

Desta maneira, as atividades serão divididas dentro dos diferentes momentos, e as propostas das intervenções serão descritas com base na visão de Tortola (2012) seguindo com as quatro (4) fases de desenvolvimento.

– Inteiração (reconhecimento da situação-problema e familiarização);

– Matematização (formulação do problema, hipóteses e resolução do problema);

– Resolução (tentativas de chegar a uma solução);

– Interpretação dos resultados e validação (chegando ao modelo matemático, ocorre a interpretação da solução e validação do modelo e avaliação).

3.1 PRIMEIRO EXEMPLO

Situação-problema: Qual o custo aproximado do serviço para construir uma nova sala de aula na escola, sabendo-se que a mão de obra é R$ 1.000,00/m^2?

Inteiração

Antes de apresentar a problemática acima, para contextualizar a proposta da situação-problema, pode-se fazer uma abordagem contextual, já que o problema quando se desenvolve por meio da MM deve partir sempre dos alunos. Para este momento que o docente já tem uma proposta, o professor pode iniciar perguntando se alguém já pensou em construir algo, dessa forma, é interessante investigar o que eles sabem sobre construção. O que eles pensam sobre o assunto, como imaginam que é uma construção, de que forma as construções acontecem. Desta maneira, vai-se formulando distintas ideias de possíveis problemáticas para situações futuras. Isso vai ajudar na elaboração de diversas habilidades nos alunos. Aqui investiga-se os conhecimentos prévios dos alunos.

Neste momento inicial podem surgir várias ideias e o professor pode conduzir para a sua problemática proposta. O docente deve aproveitar o interesse e os questionamentos dos alunos. Assim o professor propõe sua problemática, informando da necessidade de aumentar a escola, se houvesse mais alunos. Pode-se levar um texto para discutir o aumento populacional da cidade, ou do bairro da escola e colocar a problemática acima. Aqui os alunos vão conhecer o problema, se familiarizar com a situação de investigação sugerida pelo professor.

Na sequência pode-se abordar que para construir algo necessitamos definir alguns pontos antes, o local que será construído, fazer o projeto, contratar a mão de obra, fazer orçamento dos gastos etc. Nesta primeira parte o professor irá instigar o aluno com a problemática sugerida, será preciso despertar o interesse nos alunos para discutirem o que é preciso para construir uma sala. Esta atividade pode ser adaptada em qualquer fase dos Anos Iniciais e os conteúdos serão aprofundados conforme a turma trabalhada. Se for sugerida no 1º ao 3º ano poderá abordar a geometria plana, conceitos básicos das operações, e se for no 4º e 5º já poderá

incluir a geometria espacial, sistemas de medidas, porcentagem, dentre outros.

Considerando que a problemática acima seja abordada em uma turma do 3º ano, o docente pode dividir os alunos em grupos de cinco (5) para melhor discutir na hora das atividades práticas. O professor pode iniciar propondo que os alunos criem um guia de construção, façam o desenho de uma planta baixa da sala, por exemplo.

Matematização

Nesta fase, como já se conhece o problema, serão levantadas as hipóteses para resolução do problema, será feita a transição da linguagem natural para a linguagem matemática. O que é preciso para construir? Como o pedreiro consegue saber o tamanho de uma casa? Em qual local será mais apropriado construir a nova sala de aula? Como estimar os gastos para construir uma nova sala?

Na sequência o professor pode sair com a turma pela escola para definir o local que poderia ser construída a nova sala. Pode pedir para os alunos definirem o local mais apropriado e que façam uma planta desta sala, dependendo do tempo disponível pode-se elaborar a planta de toda escola com os alunos e pesquisar plantas de outras construções. Veja com os alunos se eles conhecem algum arquiteto, algum pedreiro, instigue-os a conversarem com estes profissionais sobre suas profissões.

Ao elaborar a planta da nova sala de aula, poderão ser apresentados os primeiros elementos da geometria. Para a planta é necessário que as paredes sejam paralelas e/ou perpendiculares e as janelas e portas devem ser indicadas de acordo. Neste caso serão trabalhados os segmentos de reta, retas perpendiculares e paralelas, ângulo reto e outros conceitos que julgar necessários. As explicações seguem conforme as dificuldades e dúvidas dos alunos na elaboração do desenho da planta. É importante fazer que os alunos discutam os dados informativos pesquisados e definidos por cada grupo.

Na elaboração da planta pode-se explicar sobre a relação do tamanho da planta da sala, as escalas utilizadas, o padrão de medida metro (m), deixando que os alunos façam comparativos com suas alturas, por exemplo. Peça para medirem as carteiras utilizando a régua, a fita métrica ou a trena. Na sequência pode-se explicar sobre o metro quadrado (m^2), uma sugestão é fazer uma risca com giz de um quadrado (1mx1m) no chão e pedir para os alunos entrarem dentro e assim explicar que a quantidade de alunos ali representa a área daquele espaço e desta

forma fazer a relação do custo da mão de obra ser em m^2, conforme descrição no título da problemática.

Nesse processo de medir e comparar os valores poderão se deparar com medidas não inteiras, sendo uma oportunidade para o professor explicar que existem números “quebrados”, ou seja, fracionados e/ou na forma decimal. Explique que o processo de diminuir ou aumentar é chamado de escala, não há necessidade de aprofundar, a ideia é apenas apresentar oralmente ao aluno, nesta fase de ensino a criança já tem uma noção de proporcionalidade.

Para fazer a planta defina uma escala: 1 cm da planta = 1 m da sala ou 1:100 (escala de 1 por 100). Depois destas primeiras interações, o aluno retorna para a construção da planta e verifica se há necessidade de alterá-la, se as medidas estão de acordo. Na sequência novos questionamentos podem ser inseridos, como: Essa sala vai comportar qual turma, será uma sala de aula igual às outras, terá mais recursos, precisa ser de qual tamanho? Como se define o tamanho de uma sala, quais variáveis influenciam? Essas são algumas das questões que poderão ser discutidas no decorrer da atividade.

Com todos esses questionamentos e discussões realizadas, os alunos já terão conseguido esboçar a planta com mais exatidão. Esta etapa de questões e compreensões deve ser direcionada pelo professor, assim como propõe a atividade o professor dará o suporte na pesquisa e interações com os alunos.

Depois de fazer a planta pode-se discutir mais sobre a contratação do serviço, para que possam compreender melhor. Como o pedreiro cobra pelo trabalho de construção? Ele cobra por dia, pela área ou depende do serviço? Qual a área da sala para fazer o orçamento com o pedreiro? E qual será o prazo para fazer o serviço? Quanto de material será preciso para construção? Qual o custo dos materiais?

Resolução

Com base nos questionamentos levantados e outros que poderão surgir no decorrer da atividade, o professor vai fazendo a mediação e orientando os alunos nas buscas. Nessa primeira parte, que a problemática é fornecida pelo docente, ele precisará direcionar constantemente a pesquisa fornecendo os dados e auxiliando os estudantes.

Esse auxílio do professor é importante, pois irá ajudar o estudante a formular

suas ideias e ampliar sua visão na busca de respostas, e assim aprender a pesquisar. Na investigação sobre os custos do serviço é interessante o estudante ir anotando os dados da forma que ele achar mais fácil, vai ter alunos que farão uso de tabela, outros montarão operações de adições etc. A forma de expressar os dados deve ser livre para os alunos. Considerando o dado fornecido no enunciado da problemática, o custo da mão de obra do pedreiro será de mil reais por metro quadrado de construção (R$ 1.000,00/m^2).

Desta forma, o aluno terá que ver na planta qual foi a medida da sala de aula para calcular o custo final da mão de obra. Cada grupo poderá ter definido medidas diferentes, conforme suas percepções e discussões sobre a utilidade da nova sala de aula. Suponha-se que um dos grupos tenha definido as medidas da sala na planta como oito (8) metros por quatro (4) metros, dessa maneira, a área será trinta e dois metros quadrados (32m^2), assim o custo aproximado da mão de obra será de trinta e dois mil reais (R$ 32.000,00), ou seja, 32m^2 x R$ 1.000,00m^2 = R$ 32.000,00.

Ao final dessa parte os estudantes já estarão com a resolução do problema e devem partir para apresentação e discussão dos resultados. Neste momento propõe que os grupos apresentem suas respostas em forma de seminário. É interessante orientar o grupo que todos devem dar suas contribuições expondo os resultados.

Por ser uma turma do 3º ano dos Anos Iniciais e considerando os conteúdos curriculares desta faixa etária, o professor não precisa aprofundar alguns conteúdos que surgirem e terá que focar em algumas situações para que os dados não fiquem complexos para o estudante. Um exemplo: se fosse calculado os custos com os materiais de construção, teria que fazer uma lista menor e com unidades de medidas condizentes com a faixa etária. Assim sendo, não seria prudente ter uma lista muito grande de materiais com várias unidades de medidas diferentes (sacos, milheiros, metro quadrado, metro cúbico, quilograma, área etc.). Caso isso surgisse durante as pesquisas, só deveria ser apresentado para o aluno com uma explicação mais simples, e não iria ser aprofundado o assunto, uma vez que os estudantes ainda não possuem os conhecimentos prévios para os conteúdos. A intenção é ajudar o aluno a desenvolver o pensamento matemático e compreender os conceitos básicos dentro da sua faixa etária, e no caso desta atividade inicialmente era trabalhar algumas particularidades da geometria plana.

No trabalho com a MM não há como limitar muito os conteúdos, e estabelecer

todos os caminhos antes, o planejamento é essencial para direcionar o trabalho, porém nem sempre será possível estabelecer antes todos os percursos e valores agregados no desenvolvimento do processo. Desta forma, o docente vai conduzindo os caminhos junto com os estudantes e avaliando se há condições de aprofundar os conteúdos ou não.

Interpretação e validação dos resultados

Com as apresentações dos resultados, todos os alunos podem compreender melhor a problemática e validar uma solução. Esta fase vai validar o modelo matemático encontrado e avaliá-lo. Aqui novos questionamentos ainda podem surgir, um deles pode ser a diferença de respostas, por exemplo, quando um grupo diverge do outro em algum ponto colocado, uma vez que a área da sala pode ser diferente. Essa hora é de profunda aprendizagem, cada grupo pode ter expressado a resposta por um tipo de linguagem diferente, e o docente ajudará a interpretar a solução e validar as respostas junto com os estudantes.

Algumas das soluções podem não trazer a resposta correta e com as apresentações os próprios alunos poderão identificar seus erros e fazer a correção. Esse processo de interpretação e validação dos resultados é necessário e ajudará a sistematizar as aprendizagens desenvolvidas. Na MM, o mais importante é o processo percorrido, as reflexões durante o desenvolvimento das atividades, as formas variadas de representações que fazem com que os alunos reflitam constantemente suas ações. A MM aborda temas da sociedade e realidade dos alunos, as investigações contribuem para identificar aspectos presentes na vida de muitos estudantes e isso colabora sistematicamente com a aprendizagem dos conteúdos.

3.2 SEGUNDO EXEMPLO

Situação-problema: Qual o impacto ambiental teremos se não reciclarmos nossos lixos?

Inteiração

Antes de sugerir a problemática acima, o professor fará uma abordagem contextual, pode-se perguntar para os alunos se eles reciclam seus lixos, se há separação dos lixos em suas casas. Aqui a problemática ainda é proposta pelo professor, porém ele não traz os dados para busca de respostas e delimitação das variáveis de dados e informações. Ao apresentar este problema deve-se deixar que os alunos coloquem suas opiniões e com isso o professor vai ajudando-os a definir quais caminhos irão seguir. Neste segundo exemplo todo processo de pesquisa é efetuado pelo aluno, segundo Tortola (2012), este momento vai proporcionar independência a ele em relação aos procedimentos desenvolvidos.

O papel do professor aqui é incentivar os meios para os alunos pesquisarem, é instigá-los sobre as formas que poderão utilizar para buscar as informações. É necessário identificar os seus conhecimentos prévios, dividi-los em grupos e colaborar nas discussões. Pode-se sugerir *sites* de buscas que falam sobre a importância da reciclagem, levar os estudantes no laboratório de informática para lerem sobre o assunto e orientá-los a anotarem as principais informações das buscas. A coleta de dados e levantamento das informações investigativas devem ser registradas pelo aluno para facilitar a elaboração das hipóteses e definir suas buscas. Os alunos irão se familiarizar como o tema e ler as informações sobre os assuntos. Os estudantes podem pesquisar em outros momentos, discutir em casa com a família, buscar outros meios de informações para aumentarem seus repertórios de informações.

Matematização

Agora é hora de levantar as hipóteses, de fazer as simplificações, definindo as variáveis investigativas. É preciso que os alunos entendam a problemática e coloquem suas opiniões, o professor ao ver as informações coletadas de cada grupo vai ajudá-los a definir suas hipóteses de pesquisas. Os grupos podem chegar em questões como: Qual a relação do aumento populacional com o aumento de lixo? Qual a quantidade de lixo coletado na minha cidade? Quanto do lixo coletado poderia ser reciclado? Minha cidade possui coleta seletiva? O que é preciso fazer para começar a reciclar? Por que devemos reciclar nosso lixo? Qual quantidade aproximada de lixo que cada pessoa produz ao dia? A escola recicla seu lixo? Qual o volume de lixo que produzimos na escola? Dentre outras questões.

Com as hipóteses levantadas, cada grupo vai centrar suas buscas considerando as suas suposições. Suponhamos que um grupo queira apoiar sua resposta acreditando que o maior responsável pelo impacto ambiental seja o grande volume de lixo produzido, assim poderá concentrar suas pesquisas nas hipóteses desse assunto. Dessa forma, alguns questionamentos serão selecionados pelo grupo para aprofundarem suas pesquisas e elaborarem uma solução. Outro grupo pode preferir defender que o impacto ambiental é maior devido à falta de coleta seletiva na cidade, ou à produção de um determinado tipo de lixo etc.

Considerando que uma das hipóteses seja o volume de lixo produzido, pode--se direcionar as buscas das seguintes questões: Qual o volume de lixo produzido diariamente em nossa cidade? Considerando a quantidade de lixo coletado diariamente, quanto desse lixo poderia ser reciclado? Para dinamizar esta pesquisa pode-se ir ao centro de coleta da cidade para levantar os dados da quantidade de lixo coletado diariamente, e/ou buscar esses dados em *sites* da prefeitura, da indústria responsável pela coleta, e pode-se convidar um funcionário destes órgãos para conversar com os alunos. Ao levantar essas questões o professor já vai identificando os conteúdos necessários para explicar e dar o auxílio para os alunos.

Nesse caso, é possível trabalhar com as quatro operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Outros conteúdos que poderão auxiliar os estudantes são: o valor posicional dos números, a unidade de milhar, medidas de massa (quilograma/kg) e/ou sistema monetário. Conforme os alunos vão apresentando suas pesquisas e discutindo os dados encontrados, o professor vai identificando as possibilidades de intervenções e aprofundamento de conteúdo.

Para trabalhar esses conceitos matemáticos, o docente pode sugerir outras situações-problemas para fixarem algumas questões. Com relação a medidas de massa, por exemplo, pode-se fazer um comparativo com o peso dos alunos. Dá para trabalhar com panfleto de mercado observando as unidades de medidas, fazer transformações de quilogramas para gramas e outras possibilidades poderão ser discutidas.

Resolução

Partindo do questionamento em busca da produção diária de lixo na cidade, suponha-se que essa produção seja de vinte e cinco (25) toneladas, por exemplo. Aqui será importante explicar ao aluno, caso ainda não tenha estudado, a

representação da tonelada, relembrar as unidades de massa e trabalhar as quatro (4) operações.

1 kg (quilograma) = 1.000 g (gramas)
1.000 kg (quilograma) = 1 t (tonelada)

Desta forma, o consumo diário de lixo será de vinte e cinco mil quilogramas (25.000 kg), ou seja, vinte e cinco toneladas (25 t) multiplicado por mil gramas (1.000 g), sendo representado por (25 t x 1.000 g = 25.000 kg). O consumo também poderia ser representado mensalmente, neste caso seria vinte e cinco toneladas (25 t) multiplicado por trinta dias (30 d) e multiplicado por mil gramas (1.000 g), sendo representado por (25 t x 30 d x 1.000 g = 750.000 kg).

Interpretação de Resultados e validação

Nesta fase os resultados são apresentados pelos estudantes e todos participam, cada grupo apresenta suas pesquisas e seus resultados. Como cada grupo pode partir de uma primícia, com isso poderá haver diferentes soluções que serão discutidas pela turma e validadas. Caso ocorra de algum modelo não corresponder de acordo com a hipótese sugerida inicialmente, o próprio grupo irá retornar o processo e corrigir o que for necessário.

É interessante solicitar aos alunos que registrem suas respostas e o processo desenvolvido, desta forma ficará mais fácil para o próprio aluno apresentar os resultados para a turma. Esse registro pode ser desde a linguagem escrita a desenhos, poderá fazer gráficos e/ou tabelas, a forma de representação é livre para os alunos.

3.3 Terceiro Exemplo

Situação-problema: Qual a quantidade de comida consumida diariamente na escola?
(Aqui o aluno elabora a situação-problema e formula suas hipóteses para resolver, todo processo é feito pelo aluno).

Inteiração

Neste terceiro momento, o professor vai deixar que os alunos apresentem suas curiosidades, o que poderá auxiliar no sentido de criar debates sobre algumas situações e deixar que os alunos demonstrem seus interesses ou já elaborem alguma problemática que seja de relevância geral da turma para investigar. Durante as aulas pode acontecer de algum aluno fazer um questionamento divergente do conteúdo que se está trabalhando no dia, ou alguma questão que necessite de uma reflexão maior e exija uma explicação mais elaborada do professor.

Um desses questionamentos poderá ser aproveitado pelo professor, que pode instigar a curiosidade dos alunos para irem em busca de mais informações sobre o assunto, tornando assim uma possibilidade para desenvolver a MM.

Matematização

Neste momento os estudantes deverão formular a problematização e fazer o levantamento das hipóteses considerando o tema que irão pesquisar. Deve-se dividir os alunos em grupos pequenos e cada grupo terá a liberdade de escolher um tema para estudar. Suponha-se que um desses grupos levante alguma questão em relação à merenda da escola, qual a quantidade de comida consumida diariamente na escola? Definida a problemática, os alunos poderão levantar as hipóteses que ajudarão a definir uma solução para o problema. Partindo dessa problemática há vários caminhos que podem ser definidos, suponha que os alunos levantem a hipótese que a comida depende da quantidade de alunos, que seria necessário saber a quantidade de alunos todos os dias para fazer a comida. Com base nessa situação surgem outras hipóteses, como: É possível determinar uma média dos alunos que vão para escola diariamente? Qual seria a quantidade de comida que cada aluno come? E se alguns alunos não quiserem comer algum dia? Como definir a quantidade de comida para fazer e não ter desperdícios?

Há várias hipóteses que podem ser levantadas, é importante conversar com os alunos para que selecionem algumas questões para direcionar sua pesquisa e suas buscas. Com as hipóteses definidas, pode-se fazer uma pesquisa de campo com os funcionários da escola, montar um questionário com algumas questões, entrevistar o secretário da escola em relação à quantidade de alunos, e/ou conversar com as cozinheiras da escola, ver como elas sabem a quantidade de comida que preparam todos os dias.

Os questionamentos podem ser divididos entre os alunos, uns vão pesquisar

a quantidade de alunos e outros os alimentos. Dentre as questões também poderão surgir: Qual a quantidade de alunos na escola? Todos os alunos têm o hábito de comer nos intervalos das aulas? O que acontece com a sobra de alimentos? Entre outras questões.

Com os dados levantados, os alunos deverão organizar as informações e calcular o resultado. O professor vai acompanhando para dar o suporte com as explicações dos conteúdos necessários, mesmo que seja conteúdos já estudados o docente vai reforçar as explicações.

Neste exemplo levantado o professor pode trabalhar com noções básicas: das operações de multiplicação e divisão, da média ponderada, da estimativa, das medidas de massa, dentre outros. O professor pode trabalhar as conversões de quilograma para gramas, pode construir um cardápio com os alunos, dá para fazer operações aritméticas com os valores nutricionais dos alimentos, dá para definir a quantidade ideal de calorias diárias dos alimentos para cada pessoa. Enfim, são diversas as possibilidades de explicações que ajudaram a chegar na solução da problemática, isso vai depender das escolhas das hipóteses que os alunos irão definir.

Resolução

Com os dados levantados, os alunos farão os cálculos que julgarem necessários com base nas hipóteses que levantaram. Os dados podem ser diferentes, a quantidade de comida pode ser informada por quilogramas e pode ser a quantidade total por dia e não por aluno, pode-se questionar a quantidade de alunos por período escolar. Enfim, os dados poderão vir de várias formas, cabe ao professor auxiliar os alunos a compreender as distintas formas de representações.

Considerando que a quantidade de alunos seja de trezentos e vinte e cinco (325) e a média da quantidade de comida de cada aluno seja de duzentos gramas (200), um dos modelos matemáticos de representação poderá ser desta forma: 325 x 200 = 65.000 / 1.000 = 65 kg, ou seja, a quantidade de alunos multiplicada pela quantidade de comida por aluno, dividindo o resultado por mil gramas para saber a quantidade em quilograma.

Interpretação dos resultados e validação

Aqui os estudantes devem apresentar seus resultados e os caminhos que

escolheram, avaliando se tomaram a decisão correta ou não. Nesta fase os resultados podem ser apresentados pelos estudantes em forma de seminários e todos participam, cada grupo apresenta suas pesquisas e seus resultados. Caso a resposta não seja satisfatória com a problemática, deve-se retomar o processo de resolução do problema.

CONSIDERAÇOES FINAIS

Dentre as finalidades de um produto educacional, está a possibilidade de atingir a Educação Básica, pela leitura crítica e reflexiva, pela prática profissional, pela formação continuada ou por outra forma. Um produto deve atingir os professores e/ou alunos de forma que colabore com reflexões e ações de melhoria para a Educação Básica. Ao pensar inicialmente nesse produto, a intenção era aplicá-lo juntamente com os alunos, porém devido à situação pandêmica, infelizmente não foi possível fazer a aplicação e com isso foi necessário fazer algumas adaptações nesse produto.

Desta maneira, esse produto foi elaborado na forma de um guia informativo e espera-se que este guia possa servir de orientação para os professores, sendo uma formação inicial sobre a MM aplicada aos Anos Iniciais. Assim, acredita que o educador possa praticar e desenvolver esta Tendência Metodológica da MM em suas aulas, a fim de melhorar o processo de ensino e aprendizagem. Acredita-se que a leitura do guia informativo possibilitará a reflexão dos professores, no sentido de pensarem sua didática, propiciando um repensar sobre o uso de diferentes metodologias de ensino, fazendo com que os professores identifiquem na MM uma oportunidade de ensino e aprendizagem que tem muito a contribuir com a educação.

O processo de formação para o professor deve ser constante, justamente por possibilitar o conhecimento de novas metodologias, e assim conseguir atingir mais alunos, alcançando um nível maior de aprendizagem. Quando se tem a oportunidade de conhecer e aplicar uma nova metodologia aumenta-se a interatividade entre professor e aluno, assim como os saberes de ambos.

Enquanto pesquisadora e autora desse guia, acredito que irá nortear o trabalho docente, devido às informações teóricas e práticas sobre a Tendência Metodológica da MM. Desta maneira, espero que o guia contribua com a utilização da MM em sala de aula auxiliando o docente, e possibilite maior segurança para o professor desenvolver um processo de ensino com esta metodologia.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. **Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?** Ciência & Educação (Bauru), v.11, n.3, p.483-497, 2005.

ALMEIDA, L. M. W. DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégicas de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001b, Caxambu. **Anais [...].** Caxambu**:** ANPED, 2001b. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C**. Modelagem Matemática:** concepções e experiências de futuros professores. Rio Claro: UNESP, 2001a. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001a.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2004b, Recife. **Anais** [...]. Recife, Universidade Federal de Pernambuco, 2004b

BARBOSA, J. C. A dinâmica das discussões dos alunos no ambiente de modelagem matemática. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindoia. **Anais** [...]. Águas de Lindóia: SBEM. 2006. CD-ROM.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelling and applications in mathematics education – discussion document.** New York: Springer, 2007. p. 451-456.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN. N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4 ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN. N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5 ed. 2ª impressão. São Paulo: Contexto, 2011.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Zetetiké**, [*s. l.*], v. 2, n. 2, p. 47-60, 1994.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado) – Unicamp, Campinas, 1992.

CALDEIRA, A. D. Etnomodelagem e suas relações com a Educação Matemática na Infância. *In*: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.

DUARTE, A. A. O desperta para a consciência crítica de estudantes do ensino fundamental em práticas de Modelagem Matemática. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 24, 2020, Cascavel. **Anais** [...]. 2020. Cascavel, PR: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *Campus* Cascavel, 2020. Disponível em: http://eventos.sbem.com.br/index.php/EBRAPEM/index/schedConfs/archive. Acesso em: 20 dez. 2020.

ENGLISH, L. D.; WATTERS, J. J. Mathematical modelling in the Early school Years **Mathematics Education Research Journal**, [*s. l.*], v. 16, n. 3, p. 58-79, 2005.

GIONGO, I. M.; KUHN, M. S. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta para o 5º ano. **Amazônia**: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, [*s. l.*], v. 13, n. 25, p. 5-20, jul./dez. 2016. Disponível em: https://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/2411. Acesso em: 20 nov. 2020.

GOMES, J. C. S. P. Estudos de aula com atividades de modelagem matemática na formação de professores dos anos iniciais. *In:* ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 21., 2017. Pelotas, RS. **Anais** [...]. Pelotas, RS: Universidade Federal de Pelotas. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/page/2/. Acesso em: 20 dez. 2020.

GOMES, J. C. S. P. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Algumas possibilidades**. 2018. 48f. Produto Educacional – Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina/Cornélio Procópio, 2018.

GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, M. de L. A Aprendizagem dos Números Racionais com Compreensão Envolvendo um Processo de Modelação Emergente. **Bolema**, [*s. l.*], v. 31, n. 57, p. 181-201, abr. 2017. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a09. Acesso em:13 jan. 2021.

JOCOSKI, J. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** possibilidades para o ensino de matemática. 2020. 100f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

KAVIASTKOVSKI, M. A. de. C. **A Modelagem matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2012. 136f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2012.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade. **ALEXANDRIA**, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Santa Catarina, n. 2, p. 135-157, 2009.

MACHADO, S. R. **Percepções da modelagem matemática nos anos iniciais**. 2010. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/93484. Acesso em: 23 maio 2021.

MARTIN, R. W. S. Uma investigação acerca da autonomia de alunos de um 5º e de um 6º ano do ensino fundamental na realização de atividades de Modelagem Matemática. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 21. **Anais** [...] 2017. Pelotas, RS: Universidade Federal de Pelotas. 2017. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/page/2/. Acesso em: 20 dez. 2020.

MARTON, C. I. A Criatividade em matemática de estudantes com altas habilidades/superdotação no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 24. 2020. **Anais** [...]. Cascavel, PR. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus Cascavel, 2020. Disponível em: http://eventos.sbem.com.br/index.php/EBRAPEM/index/schedConfs/archive. Acesso em: 20 dez. 2020.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 2, p. 305-323, maio/ago. 2017. DOI: 10.20396/zet.v25i2.8648493. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648493. Acesso em: 13 jan. 2021.

MIGUEL, J. C. Alfabetização Matemática: implicações pedagógicas. *In*: PINHO, S. Z. de; SAGLIETTI, J. R. C. (org.). **Núcleos de Ensino**. Ied. São Paulo: Cultura Acadêmica/Editora da UNESP, 2007, p. 414-429. v. 1.

PALMA, R.M. A criatividade de alunos dos anos iniciais do ensino fundamental em atividades de modelagem matemática. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 21. 2017. Pelotas. **Anais** [...]**.** Pelotas, RS: Universidade Federal de Pelotas. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/page/2/. Acesso em: 20 dez. 2020.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática (DCEB).** Curitiba: SEED/DEB-PR, 2008.

PEREIRA, E. **A Modelagem Matemática e suas implicações para o desenvolvimento da criatividade**. 2008. 104f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2008.

PIAIA, F.; SILVA, V. da S. O ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: sobre o uso da Modelagem Matemática. **Revista de Educação**

Matemática, [*s. l.*], v. 16, n. 21, p. 88-100, jan./abr. 2019. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/210. Acesso em: 23 dez. 2020.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.

SCHELLER, M.; BONOTTO, D. de L.; VIALI, L. Desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais por meio da modelagem matemática na educação: possibilidade de utilização de linguagem simbólica. **Perspectivas da Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 9, n. 21, dez. 2016. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2205. Acesso em: 10 jan. 2021.

SCHELLER, M. *et al*. Modelagem nos anos iniciais da educação básica: como os estudantes modelam situações-problema? **Ciênc. Educ.**, Bauru, v. 23, n. 1, p. 197--217, 2017.

SOUZA, D. C. de; DA ROSA, C. C. Modelagem matemática: uma possibilidade para o ensino de matemática nos anos iniciais. **Perspectivas da Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 9, n. 21, dez. 2016. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2232. Acesso em: 23 dez. 2020.

TEODORO, F. P.; KATO, L. A. Um olhar para a regulação discursiva em uma prática de modelagem matemática nos anos iniciais. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v. 7, n. 13, p. 199-225, jan./jun. 2018. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/archive. Acesso em: 23 dez. 2020.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Londrina: UEL, 2016, 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. de. A formação matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 11, n. 25, 4 jun. 2018. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3339. Acesso em: 10 jan. 2021.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. W. de. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática.

Revista Paranaense de Educação Matemática, América do Norte, 5 jul. 2016. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1227. Acesso em: 12 jan. 2021.

TRIGUERO, L. F. A articulação entre significados denotativos e conotativos mobilizados pela modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um estudo a luz da aprendizagem significativa. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 24., 2020, Cascavel. **Anais** [...]. Cascavel, PR: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus Cascavel, 2020. Disponível em: https://drive.google.com/drive/folders/1cVr6z7iOp57bm1W3tAKiyGFuJhdP_45m. Acesso em: 20 dez. 2020.

ZANELLA, M. S.; KATO, L. A. Um episódio com situações multiplicativas de isomorfismo de medidas em tarefas de Modelagem Matemática: um estudo com alunos alemães do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v. 7, n. 14, p. 208-235, jul./nov. 2018. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/issue/archive. Acesso em: 23 dez. 2020.